



logo.jpg

CONCOURS ABCPST - SESSION 2026

RAPPORT DE L'ÉPREUVE ÉCRITE DE MÉTHODES DE CALCUL ET RAISONNEMENT

L'objectif de ce rapport n'est pas d'accabler les candidats en énumérant les erreurs qu'ils ont pu commettre mais de pointer certaines lacunes récurrentes afin d'aider les futurs candidats dans leur préparation.

En premier lieu, il s'agit d'une épreuve où la **justification** des calculs et raisonnements est fondamentale. Une partie très importante des points lui est donc consacrée.

De façon générale, la présentation des copies est à améliorer. Mettre en valeur ses résultats et rendre une copie soignée sont des compétences grandement appréciées par les correcteurs et qu'il n'est pas difficile d'acquérir en s'entraînant. Une bonne utilisation des parenthèses est nécessaire pour marquer la priorité des opérations à effectuer et éviter ainsi des erreurs de calcul.

Les questions de cours sont l'occasion pour les candidats de montrer leur sérieux, il ne faut pas les négliger. Lorsqu'il est explicitement demandé de prouver un résultat, on ne peut pas se contenter de dire qu'il apparaît dans le cours ou de citer son nom.

Lors de l'utilisation d'un théorème ou d'un résultat démontré dans une question précédente, il est nécessaire de s'assurer que ses hypothèses sont vérifiées. Il est tout à fait possible d'utiliser un résultat d'une question précédente même si l'on n'a pas réussi à la traiter, mais il est souhaitable de préciser de façon explicite à quelle question on fait référence. Évidemment, il convient de mettre des majuscules aux noms propres.

On ne peut que conseiller aux candidats de bien lire les questions et de prendre le temps de justifier et rédiger les questions traitées plutôt que de se lancer dans un grappillage très rarement fructueux.

Partie I : Approximation de la loi de Poisson

1. Question très classique traitée par quasiment toutes les copies mais seule la moitié ont l'intégralité des points. Il fallait justifier qu'il s'agissait d'une loi binomiale en évoquant des expériences de Bernoulli **indépendantes**.
2. Le passage en exponentielle/logarithme face à une forme indéterminée de la forme " 1^∞ " n'est pas acquis. Rappelons également que l'on ne peut pas passer les équivalents dans l'exponentielle et qu'il faut conclure par une composition de limites ou un argument de continuité. Enfin, on note des oublis fréquents de parenthèses dans la transformation de l'expression.
3. Beaucoup de raisonnement non justifiés partant d'un résultat faux à la question précédente mais aboutissant miraculeusement au résultat demandé. Il s'agissait de démontrer un résultat de cours sur l'approximation d'une loi de Poisson. Les étudiants qui ont cité ce résultat directement (sans en vérifier d'ailleurs les hypothèses) n'ont pas répondu à la question.
4. Question de cours bien traitée dans près de 70 % des cas.

Cette partie qui est traitée dans tous les cours de deuxième année pour démontrer la convergence en loi d'une suite de variables aléatoires de lois binomiales vers une variable aléatoire de loi de Poisson a permis de valoriser les étudiants sérieux. En moyenne, les étudiants n'ont eu que la moitié des points de cette partie.

Partie II : Inégalités de concentration

5. Il s'agissait là encore de la démonstration d'un résultat de cours. Cette question n'a été abordée que par la moitié des candidats et la majorité n'a pas eu de point.
6. Avant d'appliquer le résultat précédent, il faut en vérifier les hypothèses. Il faut également justifier par de l'injectivité ou de la stricte croissance l'égalité des événements $(X > a)$ et $(\exp(tX) > \exp(ta))$ ce qui conduisait à faire une disjonction de cas selon la nullité de t .
7. (a) L'objectif de la question n'a pas été comprise. Il fallait s'assurer que $\exp(tX)$ possédait une espérance et pas se contenter d'affirmer sa positivité (stricte!) pour justifier de l'existence de son logarithme.
Pour le calcul de l'espérance, il fallait évoquer le théorème de transfert et s'intéresser à la convergence absolue de la série. On note de très fréquentes erreurs sur les exponentielles.
(b) Question très peu traitée
(c) Il ne s'agit pas de répondre "la première" ou "la seconde". Toute réponse doit être justifiée.

Partie III : Étude d'un endomorphisme

8. L'existence de M par définition de la limite et croissances comparées a été peu réussie. Plus inquiétant la justification de la convergence de l'intégrale a révélé de

graves lacunes : quasiment aucune copie n'évoque la continuité de la fonction, le critère de comparaison porte sur les fonctions positives, une justification rapide de la convergence de $\int_0^{+\infty} P(s) e^{-s/(2\nu)} ds$ était attendue.

La moitié des copies ayant abordé la question n'a pas eu de points.

9. La rédaction propre d'une récurrence est un attendu de base. Lors d'une intégration par parties, il faut préciser que les fonctions ont la bonne régularité et que le crochet a une limite (ici par croissances comparées).

Trop de copies ont oublié de donner l'expression de $L_P(\nu)$.

10. Beaucoup d'erreurs sur la démonstration de la linéarité. Notamment le calcul de $L(\lambda P + Q)$ nécessite de faire apparaître les coefficients du polynôme $\lambda P + Q$. On évitera de considérer deux polynôme P et P' .

Il ne suffit pas d'écrire L va de $\mathbb{R}_d[X]$ dans $\mathbb{R}_d[X]$, une rapide justification était attendue.

Au final, seul 12% des copies ont tous les points.

11. Question de cours réussie à 80%.
12. La définition du noyau d'une application linéaire est connue mais avec un grand flottement dans l'écriture formelle ensembliste ou logique. Le choix des notations, par exemple $\{X \in \mathbb{R}_d[X] : L(X) = 0\}$, n'est pas toujours judicieux.
13. Tout endomorphisme injectif n'est pas forcément surjectif. Il fallait préciser que $\mathbb{R}_d[X]$ était de dimension finie.
14. Question qui n'a été correctement traitée que dans un tiers des copies. Les matrices obtenues contiennent souvent des X ou des a_k .
15. Le sujet mentionnait explicitement : "On revient au cas d quelconque". Les sous-espaces propres devaient être engendrés par des polynômes et non des vecteurs colonnes. Les bonnes copies ont vu que l'espace propre associé à la valeur propre était de dimension 2.
16. Le théorème spectral s'applique bien ici mais paraît très largement disproportionné : une matrice diagonale est diagonalisable.
17. (a) Trois points sont à vérifier. L'inclusion de $C(A)$ dans $\mathcal{M}_3(R)$ est à préciser. La justification de la stabilité par combinaison linéaire a été l'objet de confusion. Il ne fallait pas considérer $C(\lambda A + B)$.
Moins d'un tiers des copies a tous les points.
- (b) Lorsque l'on demande une condition nécessaire et suffisante la réponse finale ne peut pas être "Il faut que..." Les confusions ou les négligences entre condition nécessaire/suffisante sont évidemment sanctionnées dans une épreuve de raisonnement.
- (c) La famille attendue devait être composée de matrices de taille 3×3 ". Dans ce cas, le jury a valorisé les copies qui avaient une dimension en cohérence avec "leur base".
- (d) Il ne suffisait pas de trouver une matrice qui convenait, il fallait évidemment justifier qu'elle convenait.

Partie IV : Loi de Yule–Simon

18. À nouveau, il s'agissait de montrer qu'une intégrale généralisée convergeait. Ce qui n'est pas acquis (cf question 8), les 3/4 des copies ayant abordé cette question n'ont obtenu aucun point.

Un trop grand nombre de candidats considèrent que la limite finie de l'intégrande est suffisante pour justifier la convergence de l'intégrale.

19. Il fallait ici opérer un changement de variables (non donné). Les copies qui ont abordé la question, ont dans une grande majorité trouvé le changement de variable mais trop peu rappellent les hypothèses pour qu'il soit légitime. Le résultat étant donné, on attendait un minimum d'explications.
20. (a) Il s'agissait d'une somme géométrique partielle. Il fallait traiter à part le cas particulier $t = 0$. Le cas $t = 1$ n'en est pas un et ne donne pas 0. Seul 10 % des copies ayant abordé la question ont tous les points.
De façon générale, lorsque l'on manipule un quotient, il est préférable que le dénominateur soit non nul.
- (b) Il s'agissait de justifier soigneusement une inégalité entre deux fonctions (multiplication d'inégalités par une quantité positive, croissance de $t \mapsto t^\alpha$ sur $\mathbb{R}^+$ lorsque α est positif...) et d'utiliser la croissance de l'intégrale (sans rajouter une équivalence fausse).
- (c) Question difficile mais on pouvait s'assurer que les p_k étaient positifs et expliquer ce qu'il fallait montrer ensuite $\left(\sum_{k=0}^{+\infty} p_k = 1 \right)$.

Partie V : Calculs de moments

21. Les deux premières questions apparaissaient déjà dans le sujet de l'année dernière. Les mêmes écueils ont été observés... Seule la moitié des copies ayant cherché à grappiller un point sur la dernière question ont réussi.
22. (a) Attention à ne pas oublier le signe - lors de la dérivée de $t \mapsto (1 - t)^k$. Essayer ensuite de tromper le jury sur son problème de signe ne le résout pas.
- (b) On ne peut pas appliquer la question 21 car ν n'est pas un entier. Le jury s'attend à ce que le résultat soit donné sous forme de fraction irréductible.
- (c) Question très difficile et en fin de sujet. Elle n'est que peu abordée et rarement de manière pertinente. À noter que le jury prend en compte le fait de savoir ce qu'il faut démontrer à défaut d'y parvenir.
23. (a) Le réel ν n'est toujours pas supposé entier et il faut simplifier les expressions rationnelles.
- (b) Trop peu de copies citent Koenig-Huygens.
- (c) Question très peu traitée.
24. Question très peu traitée.