PHYSIQUE-CHIMIE RÉSOLUTION DE PROBLÈME Durée: 3 heures

L'usage d'une calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

Chaque candidat est responsable de la vérification de son sujet d'épreuve : pagination et impression de chaque page. Ce contrôle doit être fait en début d'épreuve. En cas de doute, il doit alerter au plus tôt le surveillant qui vérifiera et, éventuellement, remplacera son sujet.

Ce sujet comporte 15 pages numérotées de 1 à 15 et une annexe A3 à rendre avec la copie.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

La fermentation est un processus biochimique par lequel des sucres, principalement le glucose, sont transformés en éthanol.

Ce problème va aborder différents thèmes en lien avec la fermentation alcoolique lors de la vinification dans cinq parties indépendantes :

Partie A: Bilans thermiques du processus de fermentation du vin

Partie B : Étude biochimique de la fermentation alcoolique

Partie C : Étude cinétique de la réaction de glycolyse

Partie D : Densimétrie du moût

Partie E : Vidange d'une cuve de fermentation

Les données numériques utiles à chaque partie sont regroupées à la fin de chacune d'entre elles.

Partie A: Bilans thermiques du processus de fermentation du vin

Document 1: Zoom sur la vinification

La fermentation alcoolique est une étape cruciale dans la fabrication du vin. Après le pressurage, le moût, qui est le jus de raisin non fermenté, est mis en cuve. Sous l'action de levures, naturellement présentes sur les peaux des raisins ou ajoutées par le vigneron, les sucres du moût sont transformés en éthanol et en dioxyde de carbone. En moyenne, pour un litre de moût, un milliard de levures consomment 17 grammes de sucre et produisent 10 mL d'éthanol. Ce processus, qui dure généralement entre une et deux semaines, est exothermique et libère une importante quantité de chaleur, environ 400 kJ d'énergie thermique par kilogramme de glucose.

Les levures ne se développent bien qu'entre 15 et 30 °C. La vitesse de fermentation augmente avec la température, mais la population de levures chute à température élevée. Pour la vinification en rouge, la température critique (risque d'arrêt de la fermentation) se situe entre 30 et 35 °C; mais, pour avoir une bonne extraction des composés aromatiques, la température doit se situer entre 28 et 30 °C. Le contrôle de la température du moût est donc crucial pour obtenir un vin de qualité.

Texte adapté d'un article disponible sur le site Médiachimie https://www.mediachimie.org/ressource/zoom-sur-la-vinification

Cette première partie propose de réaliser l'étude thermodynamique de la réaction de fermentation du glucose en éthanol, puis de justifier la nécessité de contrôler la température de la cuve de fermentation. Les deux sous-parties sont indépendantes.

Thermochimie de la fermentation alcoolique

L'éthanol (C_2H_5OH) est produit par fermentation du glucose ($C_6H_{12}O_6$) selon la réaction (1) d'équation bilan :

$$C_6H_{12}O_{6(aq)} = 2 C_2H_5OH_{(aq)} + 2 CO_{2(g)}$$
 réaction (1)

Pour réaliser l'étude thermodynamique, on négligera les enthalpies standard de dissolution du glucose et de l'éthanol, ainsi :

 $\Delta_{e}H^{\circ}(C_{6}H_{12}O_{6(aq)}) = \Delta_{e}H^{\circ}(C_{6}H_{12}O_{6(s)}) \text{ et } \Delta_{e}H^{\circ}(C_{2}H_{5}OH_{(aq)}) = \Delta_{e}H^{\circ}(C_{2}H_{5}OH_{(\ell)}).$

Il en est de même pour les entropies standard de dissolution, ainsi :

$$S_m^{\circ}(C_6H_{12}O_{6(aq)}) = S_m^{\circ}(C_6H_{12}O_{6(s)}) \text{ et } S_m^{\circ}(C_2H_5OH_{(aq)}) = S_m^{\circ}(C_2H_5OH_{(\ell)}).$$

- **A1.** Calculer l'enthalpie standard de réaction de la réaction (1) à 298 K. Commenter le signe de la valeur obtenue.
- A2. Calculer l'entropie standard de réaction de la réaction (1) à 298 K.
- **A3.** Rappeler en quoi consiste l'approximation d'Ellingham. Calculer alors la valeur de l'enthalpie libre standard de réaction de la réaction (1) à 30 °C.
- **A4.** En déduire la valeur de la constante thermodynamique d'équilibre de la réaction (1) à 30 °C et commenter le résultat obtenu.

On cherche à vérifier la cohérence des valeurs indiquées dans le document 1.

- **A5.** En expliquant clairement la démarche, indiquer si la phrase « un milliard de levures consomment 17 grammes de sucre et produisent 10 mL d'éthanol » est correcte.
- **A6.** Calculer l'énergie thermique dégagée par la réaction de fermentation d'une masse d'un kilogramme de glucose solide à pression et température constantes. Commenter la pertinence du résultat obtenu avec celui indiqué dans le document 1.

Nécessité d'un contrôle de la température

On modélise l'évolution temporelle de la température d'une cuve de fermentation fermée et pleine de moût assimilée à une phase condensée indilatable et incompressible en contact avec l'air extérieur. La cuve, de volume V égal à 200 hL (20 m³), est en acier inoxydable et présente une surface de contact S de 27 m² avec l'atmosphère à la température T_{atm} de 22 °C. La masse volumique ρ et la capacité thermique massique c du moût sont respectivement de 1090 kg·m⁻³ et 3,66 kJ·K⁻¹·kg⁻¹. La capacité thermique de la cuve est négligée devant celle du moût.

La fermentation du moût libère une puissance thermique constante, notée P_f , reçue effectivement par le système et dont la valeur maximale peut atteindre 4,7 kW. La puissance des transferts thermiques P_e échangée entre le système de température T et l'atmosphère de température T_{atm} est :

$$P_e = -h S(T - T_{atm})$$
,

avec S la surface du système et $h = 11,6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ une constante caractéristique des échanges thermiques dans la situation étudiée.

- **A7.** Commenter le signe de P_e pour une température du système de 30 °C.
- **A8.** Exploiter le premier principe de la thermodynamique pour établir l'équation différentielle vérifiée par la température *T* du système.
- A9. En déduire que la température du système évolue vers une valeur finale constante, notée T_{∞} , quelle que soit sa valeur initiale. Montrer que son expression est :

$$T_{\infty} = T_{atm} + \frac{1}{hS} P_f$$
.

A10. Calculer la valeur maximale de T_{∞} . Justifier la nécessité de contrôler la température des cuves de fermentation.

Données utiles à la partie A :

Espèce chimique	$C_6H_{12}O_{6(s)}$	$C_2H_5OH_{(\ell)}$	$\mathrm{CO}_{2(\mathrm{g})}$
Enthalpie standard de formation Δ _p H° (kJ·mol ⁻¹) à 298 K	- 1274	– 277	- 394
Entropie molaire standard S_m° (J·K ⁻¹ ·mol ⁻¹) à 298 K	212	161	214

Atome	Н	С	О
Masse molaire (g·mol ⁻¹)	1,0	12,0	16,0

Masse volumique de l'éthanol : $\rho = 784 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Conversion d'unités : $T(K) = 273 + T(^{\circ}C)$

Constante des gaz parfaits : $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Partie B : Étude biochimique de la fermentation alcoolique

La fermentation alcoolique se déroule en trois étapes regroupées sur la figure 1.

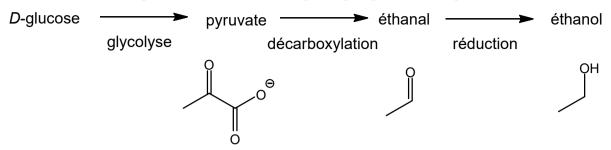


Figure 1: Les trois étapes de la fermentation alcoolique

Le substrat de départ est le *D*-glucose.

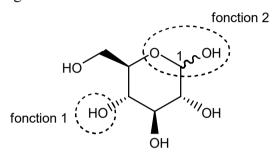


Figure 2: La molécule de D-glucose

- **B1.** Indiquer le nom des fonctions entourées dans la molécule de *D*-glucose.
- **B2.** Le *D*-glucose est majoritairement présent sous la forme du stéréoisomère dont le carbone numéroté 1 est de configuration *R*. Représenter, en justifiant, ce stéréoisomère.
- **B3.** Lors de la glycolyse, le *D*-glucose est transformé en ion pyruvate lors d'une succession d'actes élémentaires. L'acte clé de la glycolyse, représentée en figure 3, est celle du clivage de la chaîne carbonée sous l'action de l'enzyme fructose-bisphosphate aldolase. Expliquer pourquoi cette enzyme est nommée aldolase.

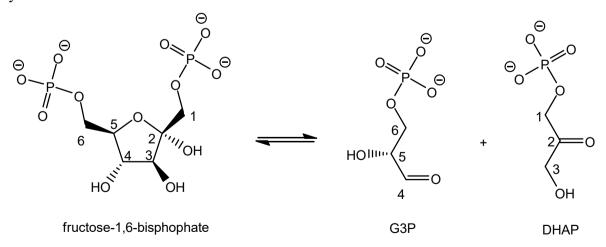


Figure 3: Acte clé catalysé par la fructose-bisphosphate aldolase

L'étape suivante consiste en une décarboxylation, c'est à dire une perte de dioxyde de carbone, catalysée par le pyrophosphate de thiamine (TPP).

Figure 4: La molécule de pyrophosphate de thiamine (TPP) et sa représentation

L'hydrogène du cycle de la représentation simplifiée présente un caractère acide. Le p K_a du TPP est de 4,7. Lors de la fermentation alcoolique, le pH est aux alentours de 3.

- **B4.** Tracer le diagramme de prédominance du TPP en représentant la molécule prédominante dans chaque domaine par sa représentation simplifiée donnée à la figure 4 et indiquer la forme majoritaire lors de la fermentation alcoolique.
- **B5.** Compléter le mécanisme réactionnel fourni en annexe avec des flèches courbes et les doublets non-liants *utiles*.
- **B6.** Identifier la nature de chaque acte élémentaire parmi les termes suivants : addition, substitution, élimination, oxydation, réduction, réaction acido-basique.
- **B7.** Lors de l'acte élémentaire n°2, préciser les sites nucléophile et électrophile.
- **B8.** Justifier la stabilité du carbanion obtenu lors de l'acte élémentaire n°3.

La dernière étape de la fermentation alcoolique permet de passer de l'éthanal à l'éthanol.

B9. Proposer et nommer un réactif permettant de réaliser cette réaction.

Partie C : Étude cinétique de la réaction de glycolyse

La glycolyse est elle-même une succession de réactions qui commence par la formation de glucosephosphate à partir de glucose et d'un ion phosphate catalysée par l'enzyme hexokinase.

L'équipe de Purich¹ a étudié particulièrement l'action de l'hexokinase et l'influence du glucose-phosphate. Les membres de l'équipe ont montré que le glucose-phosphate avait un rôle d'inhibiteur compétitif vis à vis de l'ATP.

Ils proposent en 1956 le modèle cinétique suivant :

E + ATP = E-Ph + ADP équilibre rapidement atteint de constante thermodynamique K_1

 $E-Ph + G \rightarrow G-Ph + E$ constante de vitesse k

G-Ph + E = E-G-Ph équilibre rapidement atteint de constante thermodynamique K_2

où E est l'enzyme, G le glucose, G-Ph le glucose-phosphate, E-Ph le complexe enzyme-phosphate et E-G-Ph le complexe enzyme-glucose-phosphate.

Les concentrations en ATP, ADP, G-Ph et G seront considérées constantes sur l'intervalle de temps de l'étude.

- C1. Écrire la relation de conservation de la matière de l'enzyme.
- C2. Donner les deux relations liant les concentrations de certaines espèces aux constantes K_1 et K_2 .
- C3. Déduire de C1 et C2, l'expression de la concentration en enzyme-phosphate notée [E-Ph].
- C4. Montrer que la vitesse initiale de formation de G-Ph peut se mettre sous la forme :

$$v_0 = \frac{v_{max}}{1 + \frac{K_M}{[ATP]_0}},$$

et exprimer v_{max} et K_M en fonction de k, K_1 , K_2 , $[E]_0$, $[G]_0$, $[ADP]_0$ et $[G-Ph]_0$.

¹ D L Purich *et al.* « The hexokinases : kinetic, physical, and regulatory properties », *Advances in Enzymology and Related Areas of Molecular Biology*, Volume 39, 1973, John Wiley & Son, p. 289.

L'équipe de Purich obtient les résultats suivants :

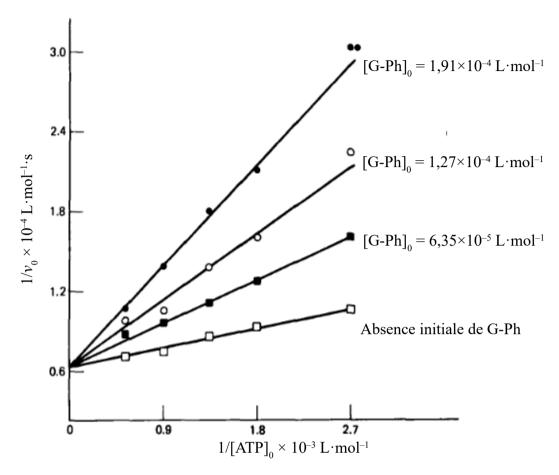


Figure 5: Tracé de l'inverse de la vitesse initiale, $1/v_0$, en fonction de l'inverse de la concentration initiale en ATP, $1/[ATP]_0$, pour différentes concentrations initiales en glucose-phosphate [G-Ph]₀

C5. Expliquer si les résultats expérimentaux sont en accord avec le modèle cinétique proposé.

Partie D: Densimétrie du moût

Indispensable au maître de chai, le densimètre est un appareil de mesure destiné à mesurer la masse volumique du moût tout au long de sa fermentation. Alors que les sucres se transforment en alcool, la masse volumique du moût diminue. Suivre cette évolution quotidiennement permet au vinificateur de contrôler le processus de fermentation, d'intervenir en cas de besoin et de décider du moment optimal pour procéder au décuvage.

Le mustimètre (ci-contre) est l'outil traditionnel encore le plus largement utilisé aujourd'hui. Il consiste en un cylindre creux, lesté et gradué que l'on plonge dans une éprouvette remplie de moût et qui s'y enfonce plus ou moins selon sa densité. On lit directement la densité sur la graduation au niveau de la surface du liquide.

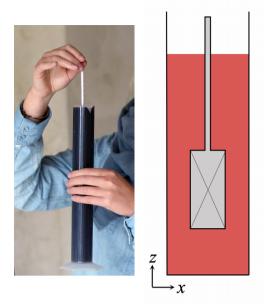


Figure 6(à gauche) : Prise de densité d'un vin (source: *Wikipédia*) Figure 7(à droite) : Schéma d'un mustimètre partiellement immergé dans du vin

Le densimètre électronique (figures 8 et 9) est un appareil plus moderne, fiable et rapide, bien que plus coûteux. Son principe de fonctionnement est basé sur la mesure de la fréquence propre de vibration d'un tube en forme de boucle appelé « diapason » dans lequel on injecte le fluide à étudier (2a₂/2b₃ figure 9), fréquence qui dépend notamment de la masse volumique du fluide injecté.



Figure 8: Densimètre électronique (source : *Wikipédia*)

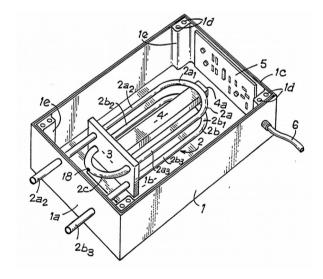


Figure 9: Capteur à vibration (source : Georges Duverd, brevet *WO 90/12306*)

Dans cette partie, on modélise les vibrations du diapason du capteur du densimètre électronique et on détaille le principe de la mesure de masse volumique avec cet appareil.

D1. Reproduire le schéma de la figure 7 et représenter le poids et la poussée d'Archimède qui s'appliquent sur le mustimètre. Expliquer l'origine physique de la poussée d'Archimède.

Pour modéliser le mouvement de vibration du diapason, on considère le système masse-ressort schématisé figure 10. Une enceinte creuse de masse m_e est liée à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . Cette enceinte contient un volume V du fluide (air, eau, moût, vin...) dont on cherche à mesurer la masse volumique ρ . Elle est supposée glisser sans frottement sur une surface horizontale et évolue dans un champ de pesanteur \vec{g} . Le système, constitué de l'enceinte et du fluide qu'elle contient, est assimilé à un point matériel M de masse m. L'étude mécanique du problème est réalisée dans le référentiel terrestre supposé galiléen auquel on associe un repère cartésien plan (Oxz) avec O l'extrémité fixe du ressort.

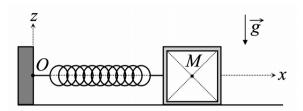


Figure 10: Système masse-ressort modélisant les vibrations du diapason

- **D2.** Exprimer la masse m du système en fonction de m_e , ρ et V.
- **D3.** Appliquer le principe fondamental de la dynamique au mouvement du point M pour établir l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse x repérant la position de M.
- **D4.** Écrire l'équation différentielle obtenue sous la forme canonique de l'oscillateur harmonique, puis identifier l'expression de la pulsation propre ω_0 .
- **D5.** Montrer alors que la masse volumique du fluide contenu dans l'enceinte peut se mettre sous la forme :

$$\rho = A \times T_0^2 - B ,$$

où T_0 est la période propre d'oscillation du système, A et B des constantes, indépendantes du fluide présent dans l'enceinte, qu'on exprimera en fonction de m_e , V et k.

Dans le capteur à vibration équipant les densimètres électroniques, le diapason est mis en vibration par une excitation électromagnétique sinusoïdale de pulsation ω . Pour en rendre compte, on considère maintenant que le point M est soumis à une force supplémentaire :

$$\overrightarrow{F} = F_{ex} \cos(\omega t) \overrightarrow{u_x}$$

avec F_{ex} une constante homogène à une force. On étudie alors les oscillations forcées de l'oscillateur harmonique, la nouvelle équation du mouvement étant :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 \ell_0 + \frac{F_{ex}}{m} \cos(\omega t)$$
.

À cette équation, on recherchera une solution particulière de la forme :

$$x_p(t) = \ell_0 + X \cos(\omega t).$$

- **D6.** Nommer la grandeur X puis l'exprimer en fonction de F_{ex} , m, ω et ω_0 .
- **D7.** Vérifier l'homogénéité de la relation obtenue à la question précédente.

D8. Discuter du comportement du système quand il est excité à une pulsation proche de sa pulsation propre. Identifier les insuffisances du modèle proposé.

Avant d'utiliser le densimètre électronique, il est nécessaire de procéder à son étalonnage, ce qui revient à déterminer précisément les valeurs des constantes A et B. Pour cela, on utilise deux fluides de référence dont on connaît avec précision les masses volumiques à une température donnée. On obtient, à 20 °C, les résultats regroupés dans le tableau 1 ci-dessous.

Fluide	Eau pure	Air sec	
Masse volumique	$\rho_1 = 984,7 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$\rho_2 = 1,204 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	
Période propre	$T_1 = 972,0 \; \mu s$	$T_2 = 707.8 \ \mu s$	

Tableau 1: Étalonnage du densimètre électronique

D9. Exprimer les constantes A et B à partir des grandeurs ρ_1 , ρ_2 , T_1 et T_2 . Montrer, par le calcul, que $A = 2,216 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-2}$ et $B = 1109 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Maintenant que le densimètre électronique est étalonné, on peut l'utiliser pour mesurer la densité du moût après fermentation. Cette mesure permet, à l'aide de la table fournie dans les données d'évaluer le titre alcoométrique volumique du futur vin. On a reproduit, figure 11 ci-dessous, la réponse fréquentielle du diapason à l'excitation imposée par le densimètre, c'est-à-dire la courbe représentant l'amplitude des oscillations forcées en fonction de la fréquence d'excitation.

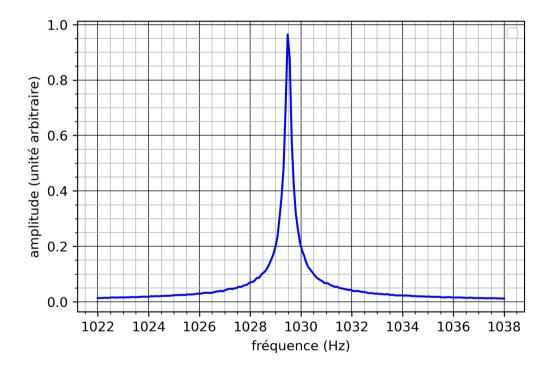


Figure 11: Réponse fréquentielle du diapason contenant du moût

D10. Évaluer le titre alcoométrique volumique du vin susceptible d'être obtenu avec le moût testé en détaillant les étapes de la résolution.

Données utiles à la partie D :

<u>Titre alcoométrique volumique :</u>

Le titre alcoométrique volumique (TAV), aussi appelé degré alcoolique, est la proportion volumique d'éthanol dans une boisson alcoolisée. C'est le rapport, exprimé en %vol, du volume d'éthanol contenu dans le mélange au volume total du mélange, à la température de 20 °C.

<u>Table de correspondance d'alcoométrie volumique :</u>

TAV (%vol)	ρ (kg·m ⁻³)	TAV (%vol)	$\rho (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	TAV (%vol)	$\rho (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$
0	998,2	5,0	991,1	10,0	984,7
0,5	997,4	5,5	990,4	10,5	984,1
1,0	996,7	6,0	989,7	11,0	983,5
1,5	996,0	6,5	989,1	11,5	982,9
2,0	995,2	7,0	988,4	12,0	982,3
2,5	994,5	7,5	987,8	12,5	981,8
3,0	993,8	8,0	987,2	13,0	981,2
3,5	993,1	8,5	986,5	13,5	980,6
4,0	992,4	9,0	985,9	14,0	980,1
4,5	991,7	9,5	985,3	14,5	979,5

Partie E: Vidange d'une cuve de fermentation

Une fois la fermentation achevée, le moût, que l'on peut maintenant qualifier de vin, est prêt à être transféré dans une cuve de vieillissement. Cette étape, qu'on appelle « écoulage » ou « saignée », est généralement assistée par la gravité, la vidange s'effectuant par le bas de la cuve. L'objectif de cette partie est d'évaluer la durée de cette opération.

On étudie la vidange d'un réservoir cylindrique de section S par un petit orifice de section $s \ll S$. On note h_0 la hauteur initiale du liquide dans le réservoir, h(t) la hauteur à l'instant t, et g l'intensité de la pesanteur terrestre. On raisonne sur la ligne de courant AB et on note v_A la vitesse au point A de la surface libre du liquide et v_B la vitesse du liquide au point B. Le schéma modélisant la situation étudiée est représenté ci-dessous figure 12.

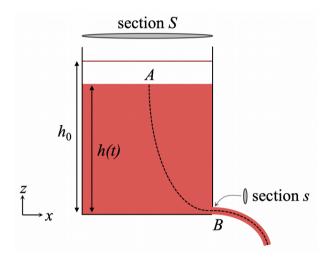


Figure 12: Vidange d'une cuve de fermentation

On suppose le fluide parfait et incompressible. L'écoulement est considéré quasi-stationnaire. De plus, on néglige les variations de la pression atmosphérique entre les points A et B.

- **E1.** Écrire la conservation du débit volumique entre les points A et B. En déduire l'expression de la vitesse v_B en fonction de la vitesse v_A et des sections S et S, puis montrer que $V_B >> V_A$.
- **E2.** Exploiter le théorème de Bernoulli (fourni dans les données en fin de partie) pour exprimer la vitesse v_B à l'instant t en fonction de g et h(t).
- **E3.** Exprimer la vitesse du point A en fonction de la dérivée temporelle de la hauteur h.
- **E4.** Montrer alors, à partir des réponses aux trois premières questions, que la hauteur h vérifie l'équation différentielle

$$\frac{dh}{dt} = -K\sqrt{h}$$
 avec $K = \sqrt{2}g\frac{s}{S}$.

Pour résoudre numériquement l'équation différentielle ci-dessus et obtenir l'allure de l'évolution temporelle de la hauteur h, on implémente la méthode d'Euler dans un programme écrit en langage *Python*. Dans les données en fin de partie, on rappelle le principe de la méthode d'Euler et on fournit le code, incomplet, du programme utilisé.

E5. Extraire du code les valeurs choisies pour les dimensions caractéristiques de la cuve. Déterminer les valeurs des surfaces *S* et *s*.

E6. Recopier en les complétant et sans omettre d'éventuelles indentations, les lignes 28 et 29 du code en écrivant la boucle en i permettant d'obtenir, selon le schéma d'Euler explicite, toutes les valeurs de y [i+1] par récurrence.

On donne sur la figure 13 le graphique obtenu après exécution du code.

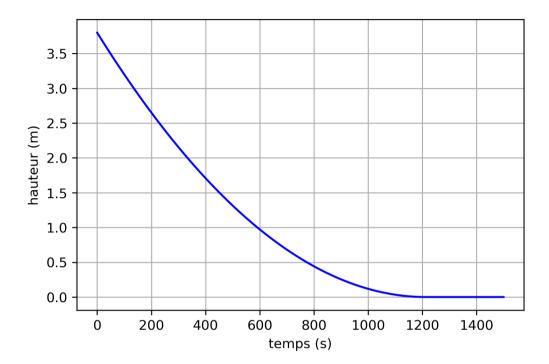


Figure 13: Évolution temporelle de la hauteur du vin au cours de la vidange d'une cuve

E7. Évaluer, en minutes, la durée de la vidange complète de la cuve.

Données utiles à la partie E :

Théorème de Bernoulli:

Le long d'une ligne de courant de l'écoulement stationnaire d'un fluide parfait incompressible, la charge hydraulique se conserve

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z = cste,$$

où P et v sont la pression et la vitesse du fluide à la hauteur z, ρ la masse volumique du fluide et g l'intensité de la pesanteur terrestre.

Méthode d'Euler:

La méthode d'Euler consiste à résoudre numériquement une équation différentielle du type

$$\frac{dy}{dt} = F(y(t), t).$$

Pour des valeurs de temps $\{t_0, t_1, ..., t_N\}$ telles que $t_{i+1} - t_i \ll 1$ cette équation devient

$$\frac{y(t_{i+1}) - y(t_i)}{t_{i+1} - t_i} = F(y(t_i), t_i)$$

et donne la relation de récurrence

$$y(t_{i+1}) = y(t_i) + F(y(t_i), t_i) \times (t_{i+1} - t_i)$$

appelée « schéma d'Euler explicite ».

Code utilisé (les lignes 28 et 29 ont été supprimées) :

```
import numpy as np
   import matplotlib.pyplot as plt
 4 # PARAMETRES PHYSIQUES
 5 g = 9.81
                                 # intensité de pesanteur (m/s2)
 6 R = 1.3
                                 # rayon de la base de la cuve (m)
 7 S = np.pi*R**2
                                 # section du reservoir
 8 d = 70E - 3
                                 # diamètre du robinet de vidange (m)
9 | s = np.pi*(d/2)**2
                                 # section de l'orifice
10 | K = np.sqrt(2*g)*s/S
11 \mid h0 = 3.8
                                 # hauteur de remplissage initial (m)
12
13 # PARAMETRES DE LA RESOLUTION NUMERIQUE
14 | t0 = 0
                           # instant initial (s)
15 | tf = 1500
                                 # instant final (s)
16 N = 10000
                                # nombre d'itérations
17 t = np.linspace(t0, tf, N)
                              # tableau numpy de N valeurs uniformément
18
                                # réparties entre t0 et tf
19
20 # FONCTION F
21 | def F(y,t) :
22
    if y > 0 : return -K*np.sqrt(y)
23
     if y <= 0 : return 0</pre>
24
25 # METHODE D'EULER
26 \mid y = np.zeros(N)
                                  # tableau numpy de N valeurs nulles
27 | y[0] = h0
                                  # condition initiale
28 # -----
29 # -----
30
31 # COMMANDES GRAPHIQUES
32 plt.xlabel('temps (s)')
33 plt.ylabel('hauteur (m)')
34 plt.plot(t,y,'-',color='blue')
35 plt.grid()
36 plt.show()
```

FIN DU SUJET