

Rapport sur l'épreuve d'oral de Mathématiques 2024. CPGE TB

Déroulement de l'oral.

Les épreuves d'oral de Mathématiques se sont déroulées dans les locaux d'AgroParisTech sur le plateau de Saclay du 10 au 15 juin 2024.

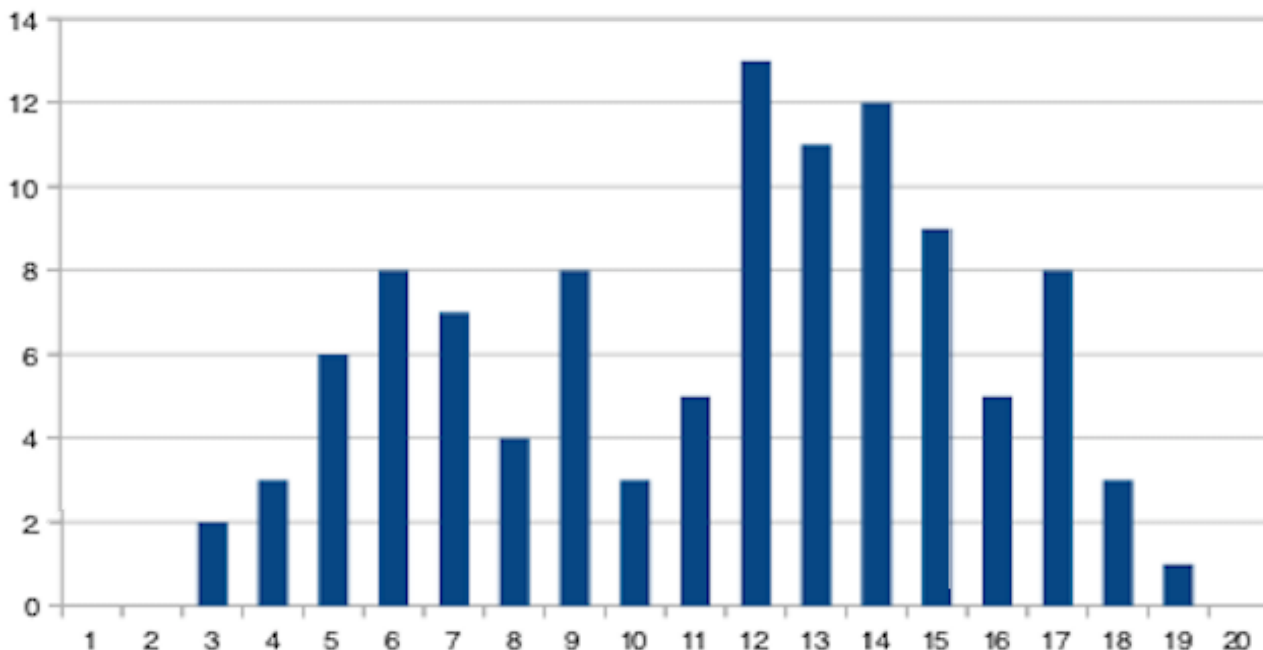
L'épreuve a conservé le même format que les années précédentes : le candidat se voit attribuer un exercice, souvent appliqué à la résolution d'un problème concret. Il dispose de 30 minutes de préparation (dans une salle dédiée) pour laquelle il dispose de brouillon, d'une calculatrice et d'un ordinateur dont il peut s'aider librement (équipé d'un tableur, de Geogebra et d'un environnement de programmation Python ; la liste des logiciels installés sur l'ordinateur est disponible sur le site internet du concours). L'exercice ne se voulant pas théorique, le candidat peut être amené à tracer et/ou interpréter une courbe, un tableau de résultats chiffrés, etc. A la fin de ces 30 minutes, il sauvegarde s'il y a lieu son travail informatique sur une clé usb (fournie), et passe dans la salle d'interrogation pour l'oral à proprement parler, qui dure un peu moins de 30 minutes. Au cours de cet oral, le candidat est alors interrogé sur l'exercice. Il dispose pour cela, d'un tableau, ainsi que d'un ordinateur (identique à celui de la salle de préparation) avec vidéoprojecteur. Il est impératif que le candidat pense à sauvegarder sur la clé les fichiers informatiques réalisés, s'il en est ; l'examineur ne disposant d'aucun accès au poste ayant servi à la préparation.

Au cours de l'oral, l'examineur pose habituellement quelques questions de cours (définitions, énoncé d'un théorème...) afin de sonder les connaissances du candidat sur le sujet qu'il traite.

Cette année encore le jury a travaillé à partir d'une banque de sujets communs ; c'est-à-dire que les deux jurys interrogent parallèlement sur les mêmes sujets pour ensuite comparer les prestations des candidats et harmoniser les notations.

Remarques générales

Cette année 109 candidats se sont présentés aux épreuves orales ; la moyenne est légèrement supérieure à 11,3, la médiane est à 12 et l'écart-type de 4,1. Les notes s'étalent de 3 à 19/20.



Rappelons aux candidats que pour avoir une bonne note, il n'est pas nécessaire de traiter intégralement et parfaitement l'exercice. De plus, l'épreuve de mathématiques est avant tout un oral et, à ce titre, les échanges entre le candidat et l'examineur sont importants. Ainsi, de bonnes réponses aux questions orales et une bonne réactivité du candidat face aux remarques de l'examineur sont des qualités essentielles à l'oral qui sont naturellement valorisées dans la notation. Le candidat doit toutefois être autonome et ne pas attendre une approbation du jury à chaque affirmation : l'examineur ne prend la parole que lorsque nécessaire et l'évaluation d'une question résolue est inversement proportionnelle à l'aide apportée par le jury pour sa résolution.

Rappelons également l'importance de la gestion du temps. Certains candidats n'ont réfléchi durant leur temps de préparation que sur une partie du sujet, les obligeant à aborder l'autre partie en direct au tableau, ce qui est toujours délicat. La gestion du temps au tableau est également importante. Certains candidats passent de longues minutes à tout écrire dans les moindres détails, ce qui ne leur permet pas de finir dans le temps imparti. Des candidats écrivent leur nom au tableau, comme dans une khôlle, ou récitent l'énoncé, ce qui constitue une perte de temps bien inutile. À l'inverse, d'autres se contentent de quelques rapides affirmations et donnent des résultats sans justification correcte, ce qui dévalorise leur prestation. Le candidat a toute liberté d'utiliser l'outil informatique pour effectuer des calculs ou des simulations et le jury valorise dans la notation un usage correct et approprié de l'outil Informatique.

Notons qu'une bonne préparation ne saurait se passer de la maîtrise des fondamentaux du cours et des techniques employées dans les quelques rares épreuves types.

Remarques plus spécifiques

- **Algèbre linéaire** : la plupart des candidats connaissent bien les différentes méthodes de calcul à appliquer en algèbre linéaire et se débrouillent relativement bien d'un point de vue technique (résolution de systèmes, recherche de valeurs propres, de vecteurs propres, produit et inversion de matrices).

Lors d'un calcul de valeurs propres ou vecteurs propres, le candidat est libre d'utiliser l'outil informatique, mais dans ce cas il doit savoir expliquer la méthode d'obtention par le calcul.

Les notions ou définitions associées sont souvent mal maîtrisées. Il est par exemple étonnant de voir certains candidats se lancer dans de grands calculs de valeurs propres/vecteurs propres pour justifier qu'une matrice est diagonalisable alors même que la matrice considérée est diagonale. Certains candidats ne sont pas conscients qu'une matrice n'est pas nécessairement diagonalisable, et pour la plupart, le théorème spectral semble être mal assimilé ; par exemple certains candidats tentent un simple « car elle est symétrique » pour des matrices qui visiblement ne le sont pas, comme par exemple des matrices triangulaires (non nulles). D'autres, nombreux, en présence de n valeurs propres dans un espace vectoriel de même dimension n ont enchaîné sur le calcul de la dimension des sous-espaces propres associés.

- Analyse :

- Si de nombreux candidats savent appliquer correctement les méthodes, un certain nombre d'entre eux montre des lacunes sur les techniques élémentaires de calcul, notamment des fractions, des puissances (règle $a^k b^k = (ab)^k$ par exemple), des logarithmes et exponentielles.

Cette année encore, on rencontre des lacunes très importantes en calcul, qui semblent remonter à loin. On a rencontré cette année beaucoup de problèmes sur la dérivation, par exemple $f'(1) = (f(1))' = 0$ est très fréquent ; sans parler du manque de méthode où par exemple la dérivation de $\frac{1}{2} f(x)$ s'effectue laborieusement à l'aide de la formule de dérivation d'un quotient.

Quant aux nombres complexes, certains candidats ne se rappellent simplement plus des formules fondamentales, comme par exemple le sens de e^{ix} .

Dans la formule du binôme, trop souvent la somme obtenue débute en 1 et non en 0. Parfois même les identités remarquables vues au collège ne sont pas connues.

Comme les années précédentes, on retrouve les écueils importants :

- La résolution d'une équation différentielle linéaire homogène du 1^{er} ordre est souvent approximative ;
- La formule de la somme des termes d'une suite géométrique fait très souvent défaut ;
- Certains calculs simples de limites posent problème. Les formes indéterminées ne sont pas toujours bien maîtrisées (on a vu très souvent des « $0 \times \infty = 0$ » ou des F.I. « $-\infty \times \infty$ ») ;
- La plupart des candidats ne pensent pas à effectuer un passage à la limite dans une relation pour déterminer la limite d'une suite convergente et beaucoup ne savent pas justifier d'une convergence par le théorème de la limite monotone.

- **Probabilités** : Les exercices de probabilités constituent cette année encore près de la moitié des exercices

posés.

Le problème classique de traduction d'une situation probabiliste par la formule des probabilités totales menant à une relation de récurrence matricielle est relativement bien maîtrisé par la plupart des candidats.

En revanche, il y a assez souvent confusion entre indépendance et incompatibilité d'événements, voire entre union et intersection. Les confusions entre événements et probabilités sont pléthoriques ; on rencontre constamment des intersections ou réunions de probabilités. L'écriture ensembliste des événements est trop souvent erronée, et le sens même d'une réunion ou intersection est souvent mal assimilée. De trop nombreux candidats confondent $P(A \cap B)$ et $P(A/B)$.

Certains candidats ne prennent pas le temps de comprendre les objets définis ce qui amène à des confusions (par exemple : faire 1,33 tirages dans une urne, nombre de boules dans une urne égale à -4, etc).

L'écriture de $P(a < X < b)$ à l'aide de la fonction de répartition pose étonnamment souvent problème, et on rencontre des $P(a < X < b) = P(a < X) \times P(X < b)$ visiblement consécutive en une croyance exagérée en $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ même sans hypothèse d'indépendance.

La linéarité de l'espérance est, elle, en revanche, souvent justifiée à tort par l'indépendance des variables.

Reconnaître une loi usuelle, même dans un contexte très simple, pose souvent de gros soucis, au point où le candidat finit par procéder par élimination face aux refus répétés du jury. Il y a de grosses confusions entre loi géométrique et loi binomiale ; l'univers image donné d'une loi géométrique est trop souvent $[[0, n]]$. Par ailleurs les lois sont parfois données approximativement, et les univers-image omis ou erronés.

Les variables aléatoires sur les espaces probabilisés infinis posent plus de problèmes. Quant aux variables à densité elles sont bien trop souvent mal maîtrisées : beaucoup font des confusions entre fonction de densité et fonction de répartition, et bien peu savent énoncer la formule de l'espérance. Même lorsque la fonction de densité est connue (ce qui fait déjà exception) ou donnée, beaucoup d'étudiants peinent à l'utiliser pour un calcul des probabilités $P(a < X < b)$ ou $P(X < b)$.

Usage de l'Outil informatique : Il a été utilisé principalement cette année pour le calcul de valeurs propres/vecteurs propres, le tracé de courbes ou l'usage de tableurs.

Conclusion

La session s'est déroulée de manière globalement satisfaisante. Les candidats les plus faibles souffrent de lacunes en calcul ; cependant cette année le niveau était sensiblement meilleur que les années précédentes. Les candidats médiocres manquent de compréhension des notions ou peinent à mettre en équation un problème ; c'est particulièrement criant en probabilités. On a vu aussi de bons candidats maîtrisant les principales techniques et d'excellents candidats parvenant à terminer le sujet.

Rappelons pour conclure que l'essentiel n'est pas pour le jury les valeurs numériques obtenues, mais le cheminement intellectuel effectué et la bonne démarche scientifique mise en œuvre. Cependant un niveau minimal en calcul et raisonnement est exigé, sans autre besoin de technicité. Si le jury pardonnera facilement une erreur de calcul, il n'acceptera pas une méconnaissance des règles élémentaires de calcul rencontrées durant la scolarité, notamment aux collèges et lycées. Par ailleurs, le dialogue, l'échange avec l'interrogateur constituent une part importante de l'oral ; les candidats semblent l'avoir correctement assimilé.