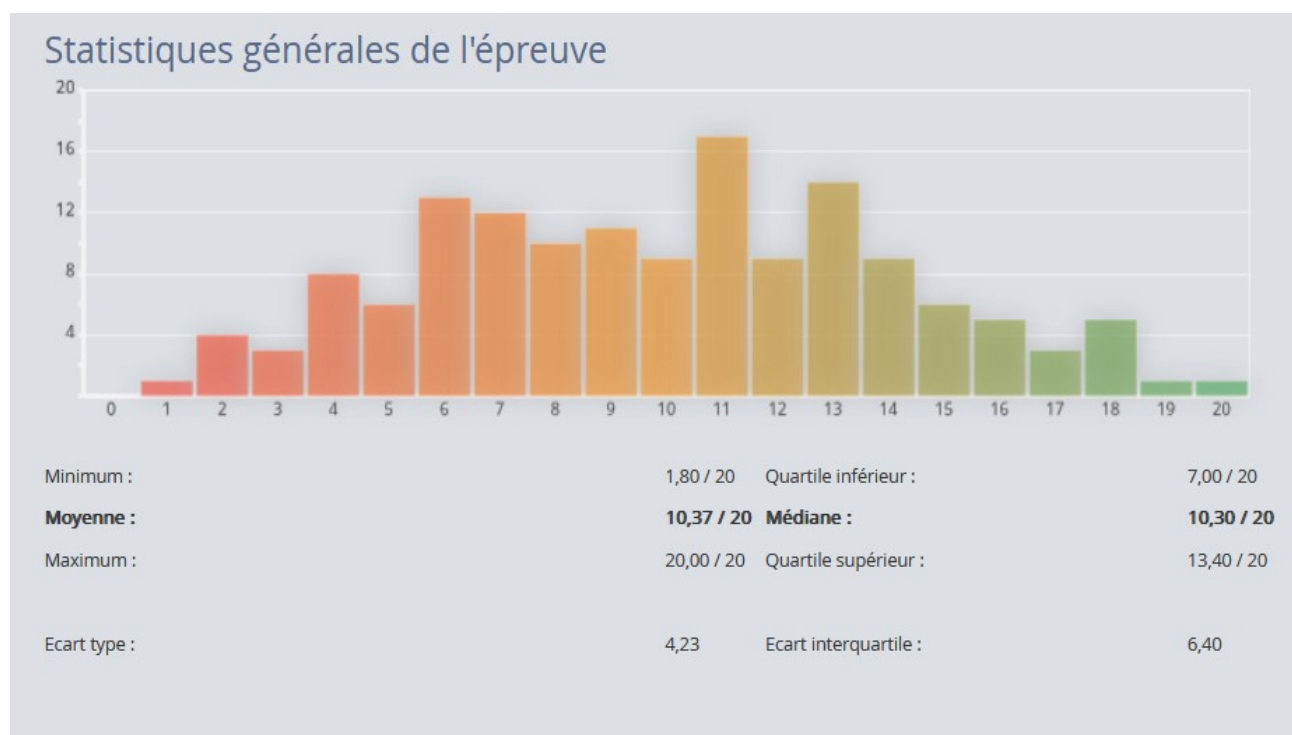


CONCOURS A-TB – 2023

Rapport de l'épreuve écrite de Méthodes de calcul et raisonnement



L'épreuve de Calcul et Raisonnement de la session 2023 est, comme chaque année, composée de trois parties indépendantes : Algèbre, Analyse et Probabilités. Ce découpage en trois exercices indépendants correspond à celui du programme.

Chaque exercice se veut de difficulté progressive. Le premier exercice est un exercice classique de réduction avec application au calcul du terme général d'une suite récurrente. L'exercice d'analyse porte sur une fonction définie par une intégrale, dont on étudie les propriétés. Enfin l'exercice de probabilités envisage une chaîne de Markov à deux états.

Nous rappelons qu'il n'est pas nécessaire de traiter l'intégralité des questions pour obtenir une note correcte. Ceci est d'autant plus vrai que le temps imparti est relativement court. Par contre, un candidat a tout à fait la possibilité (et c'est même conseillé) de ne pas aborder certaines questions qu'il juge trop compliquées, afin de mieux se concentrer sur celles dont il est certain. Nous invitons également les candidats à consulter les rapports des années précédentes, dont les remarques sont toujours valables.

Remarques générales

Nouveauté dans l'épreuve

Le nouveau temps imparti pour l'épreuve est de 2 heures au lieu de 3 heures; s'est donc posée la question d'une adaptation du format du sujet. Il a été décidé de conserver trois parties distinctes indépendantes, afin d'évaluer les candidats sur un large panel de compétences mathématiques. Cela a mené à sacrifier certaines questions plus difficiles. Le sujet a tout à fait permis de classer les candidats.

Stratégies de traitement des exercices

Comme les années précédentes, chaque exercice est traité de façon juste et quasi-exhaustive par une dizaine de candidats. Au-dessus de la note de 13/20, les candidats s'attachent à traiter les trois exercices de façon équitable et assez complète, quitte à passer des questions.

Cependant un changement de régime est observé pour des notes plus basses. En-dessous d'une certaine note que nous situons à environ 10/20, les candidats se *spécialisent* sur un ou deux d'entre eux, et délaissent donc l'un d'eux.

Réussite des candidats aux exercices

De façon générale, les candidats traitent les questions faciles et/ou classiques de façon assez satisfaisante. Les chapitres l'algèbre linéaire sont étudiés pour la première fois en CPGE TB. Les candidats sont assez opérationnels sur ces questions. La même remarque s'applique en probabilités. Les questions d'analyse posent bien davantage de problèmes à nombre de candidats, qui montrent moins de rigueur et d'intuition que sur les autres thèmes du programme.

Commentaires sur certaines questions du sujet

Algèbre

Q1 Les candidats utilisent des méthodes variées, plus ou moins efficaces. En cas d'usage du déterminant, on attend au moins une phrase de précision telle que "a est valeur propre de A si et seulement si le déterminant de $A - aI$ est nul"

Q2 Attention à bien vérifier la non nullité des vecteurs propres.

Q3 La matrice est souvent donnée sans difficulté; on apprécie que le candidat pense à justifier l'inversibilité par une phrase.

Q4 Question plus technique, avec des niveaux de réussite variable.

Q5 Souvent bien fait ; cette question joue le rôle de démarcation entre des copies d'un niveau très faible et des copies certes modestes, mais témoignant d'un travail sérieux et méthodique sur les deux années.

Q6 Plus discriminant et souvent très binaire. Seuls 30 candidats ont la totalité des points, les autres ayant très souvent 0.

Q7 Question pourtant simple, mais pourtant discriminante : 17 copies n'ont pas les points.

Q8 Pas de problème.

Q9 Seulement la moitié des candidats trouvent la réponse, mais rares sont ceux qui la justifient complètement.

Q10 Question de synthèse qui reprend l'exercice : 13 candidats ont tous les points à cette question.

Analyse

Q1 Attention aux faux arguments, surtout lorsque la réponse est donnée. Par exemple: " $\exp(x) > 0$ donc $\exp(-x) < 0$ ", confusion entre le concept de fonction croissante et de fonction positive...

Q2 On attendait ici la vérification explicite de l'ordre des bornes, à savoir que $x < 2x$

Q3 La réponse étant donnée, tous les points sont concentrés sur la justification de la formule. Ici on attend des candidats qu'ils invoquent la dérivée de la composée de deux fonctions (dérivables).

Q4 Suite de la question 3 ; comme pour les questions précédentes de cet exercice, les résultats sont hétérogènes : les candidats pour moitié d'entre eux ne comprennent pas la question. L'autre moitié comprend à peu près, mais peine souvent à justifier rigoureusement le résultat.

Q5 Question de synthèse de l'exercice.

Probabilités

Q1, 2 et 3 Souvent très bien fait

Q4 65 copies traitent très bien la question, qui est classique et renvoie à la formule des probabilités totales.

Q5

a Une question d'analyse... qui a été très mal traitée en général.

b Soit les candidats obtiennent la valeur attendue, soit ils ne l'obtiennent pas. La notation binaire suit.

c Des récurrences de rigueurs inégales et un grand étalement des notes.

Q6 Question qui fait appel à ce qui a été prouvé auparavant et permet de tester brièvement la capacité des candidats à reconnaître une variable aléatoire simple, à donner son espérance et sa variance. Les erreurs et/ou confusion sur les formules étaient nombreuses dans les copies. Cependant, 35 candidats obtiennent tous les points.