



CONCOURS ABCPST - SESSION 2025

RAPPORT DE L'ÉPREUVE ÉCRITE DE MÉTHODES DE CALCUL ET RAISONNEMENT

L'objectif de ce rapport n'est pas d'accabler les candidats en énumérant les erreurs qu'ils ont pu commettre mais de pointer certaines lacunes récurrentes afin d'aider les futurs candidats dans leur préparation.

De façon générale, la présentation des copies est à améliorer. Mettre en valeur ses résultats et rendre une copie soignée sont des compétences grandement appréciées par les correcteurs et qu'il n'est pas difficile d'acquérir en s'entraînant. Une bonne utilisation des parenthèses est nécessaire pour marquer la priorité des opérations à effectuer et éviter ainsi des erreurs de calcul.

Les questions de cours sont l'occasion pour les candidats de montrer leur sérieux, il ne faut pas les négliger. Lorsqu'il est explicitement demandé de prouver un résultat, on ne peut pas se contenter de dire qu'il apparaît dans le cours ou de citer son nom.

Lors de l'utilisation d'un théorème ou d'un résultat démontré dans une question précédente, il est nécessaire de s'assurer que ses hypothèses sont vérifiées. Il est tout à fait possible d'utiliser un résultat d'une question précédente même si l'on n'a pas réussi à la traiter, mais il est souhaitable de préciser de façon explicite à quelle question on fait référence. Évidemment, il convient de mettre des majuscules aux noms propres.

On ne peut que conseiller aux candidats de bien lire les questions et de prendre le temps de justifier et rédiger les questions traitées plutôt que de se lancer dans un grappillage très rarement fructueux.

Partie I : Autour d'une intégrale

1. La question est traitée de façon satisfaisante mais l'on pouvait espérer mieux.
La fonction $f_{1,1}$ était polynomiale de degré 2 avec des racines apparentes. Une étude n'est pas nécessaire pour tracer un graphe qui doit être une parabole dont il convient de donner les coordonnées du sommet.
Pour la fonction $f_{2,1}$, une étude de fonction était nécessaire. Il faut faire apparaître les tangentes horizontales ainsi que le maximum sur $[0, 1]$
2. Question réussie à 60% à cause d'erreurs de signe. Trouver une intégrale négative devait interpeler.
3. L'intégration par parties à effectuer n'a pas été repérée par les candidats et, lorsqu'elle l'a été, les hypothèses n'ont pas été systématiquement vérifiées. Enfin l'annulation du crochet provenait du fait que a soit strictement positif.
À noter que le jury a récompensé les initiatives sur la manipulation de l'intégrande même lorsque que celles-ci n'aboutissaient pas au résultat escompté.
4. La récurrence a souvent été identifiée mais mal traitée. La présence de deux entiers nécessitait de bien soigner l'hypothèse de récurrence ainsi que l'hérédité.
5. Question réussie dans 60% des copies où elle est traitée. Les erreurs portent sur la simplification des factorielles. Une partie des points est attribué lorsque la simplification est fausse mais la suite cohérente.
6. Question de cours qui n'a été correctement traitée que dans moins de 20% des copies.
7. Question peu traitée. À noter qu'un raisonnement direct permettait de conclure.
8. La récurrence a été repérée mais bien rédigée uniquement dans un quart des copies où elle est traitée.
Par ailleurs, pour obtenir l'inégalité $I_{n+1,n+1} \leq \frac{1}{2}I_{n,n}$ à partir de la question précédente, il fallait préciser que $I_{n,n}$ était positive.
9. Question peu et mal traitée. Le théorème de comparaison des séries à termes positifs est peu identifié et surtout mal mis en œuvre : il faut raisonner sur le terme général et pas sur les sommes partielles et encore moins sur la somme infinie ou la série.
On ne peut pas écrire la somme de la série avant d'avoir prouvé sa convergence.
Plus grave encore, certaines copies se contentent de justifier que le terme général tend vers 0 pour conclure.
10. (a) Question réussie dans 60% des copies où elle est traitée.
L'équivalent $\ln(1+x) \sim x$ est connu mais 20% des candidats qui l'obtiennent font ensuite une erreur de signe.
On ne devrait plus voir d'équivalent à 0...
(b) Les équivalents ne passent pas à l'exponentielle sans justifications
(c) Le calcul était compliqué mais par composition, on pouvait au moins avoir un équivalent de $(2n+1)!$.
(d) Question très peu traitée.

Partie II : Loi bêta et statistique d'ordre

11. Question traitée dans 60% des cas et correctement traitée une fois sur deux.
La différence entre moyenne et médiane devrait être sue.
12. Question de cours traitée dans 90% des cas mais qui n'a été entièrement bien traitée qu'une fois sur deux.

13. Une bonne surprise sur cette question. Les étudiants sont visiblement bien préparés à gérer des max et des min.
Attention néanmoins à la gestion des inégalités strictes ou larges lors du passage au complémentaire. On note aussi des erreurs grossières sur les puissances.
14. (a) Nécessitait de bien lire l'énoncé.
(b) Question difficile qui nécessitait une compréhension du raisonnement et une rédaction rigoureuse.
(c) Question peu traitée qui nécessitait de distinguer les cas pour déterminer la limite en 0 de $h \mapsto h^{j-1}$ avec $j \in \mathbb{N}^*$.
15. Il s'agissait d'utiliser la partie I après avoir justifié l'existence des espérances de $X_{(k)}$ et $X_{(k)}^2$.

Partie III : Propriétés des matrices bisymétriques et application

16. La caractérisation est globalement connue mais il manque souvent l'inclusion de E_n dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ et la justification de la stabilité par combinaison linéaire est souvent fautive par manque de rigueur. On ne saurait trop conseiller de commencer par écrire ce qu'il faut prouver.
17. Question plutôt réussie. Un tiers des copies obtient tous les points. Attention à ne faire que des opérations élémentaires pour les calculs de rang. Les hypothèses du théorème spectral (dont on pouvait se passer ici) sont encore méconnues.
18. La justification de l'inversibilité devrait être mieux traitée. Lorsque l'on trouve I_4 comme inverse, il faut réagir.
Moins de 50% des copies ayant traité cette question ont tous les points.
19. Beaucoup d'erreurs de logique. On ne peut pas se contenter de l'implication facile et conclure à une équivalence. Les candidats écrivant clairement qu'ils n'ont fait qu'un sens sont valorisés par rapport à ceux qui n'ont pas conscience de ne pas avoir terminé.
20. Attention à bien répondre à la question. On demande une base et la dimension, il s'agit donc de donner une famille et de ne pas oublier la fin de la question.
Comme précisé, on ne demandait pas de justifications.
21. Seules 15 copies ont eu tous les points. Signalons que l'on ne peut pas utiliser de résultats qui ne sont pas au programme comme "deux matrices semblables ont le même spectre" (c'était l'objet de la question), ni " $\text{rg}(AB) = \text{rg}(A)$ lorsque B est inversible".
22. Question très peu traitée.
23. Les hypothèses du théorème spectral restent malmenées dans un tiers des copies ayant traité cette question.
24. Il ne s'agissait pas de se lancer tête baissée dans les calculs mais de faire le lien avec les questions précédentes. Cette question a été abordée dans presque la moitié des copies mais sans gain dans 80% des cas.