

Épreuve de mathématiques pratiques et informatique

Rapport du jury – Session 2022



1 Modalités de l'épreuve

L'épreuve orale de mathématiques et informatique était, pour la dernière fois en 2022, composée de deux sous-épreuves de poids équitablement réparti. Dans un premier temps, les candidats préparaient un unique exercice imposé au candidat, la préparation s'effectuant avec accès à un ordinateur, puis présentaient leurs résultats devant un examinateur pendant 18-20 minutes. Dans un deuxième temps, les candidats présentaient devant un second examinateur le résultat du projet informatique réalisé pendant l'année. L'épreuve étant amenée à être modifiée en 2023, le but de ce rapport d'épreuve n'est pas d'expliquer aux futurs candidats comment se déroule l'épreuve et ses modalités (ce qui était très détaillé dans les rapports précédents, pour que les futurs candidats soient informés de ce qui les attendait) ; nous nous concentrerons donc dans ce rapport uniquement sur les éléments statistiques des candidats de 2022.

2 Éléments statistiques

Un résumé statistique est fourni ci-dessous, pour chacune des parties de l'épreuve ainsi que pour la note finale (chaque partie était notée sur 10). La corrélation linéaire entre la note d'un candidat sur la partie Mathématiques pratiques et sa note sur la partie Projet informatique est un peu supérieure à celle de l'an passé, à savoir $r = 0,48$ en 2022 ($r = 0,40$ en 2021), ce qui témoigne encore d'une disparité entre les notes des deux épreuves. En particulier, d'assez nombreux candidats ayant de grosses difficultés en mathématiques ont pu montrer des compétences très intéressantes en informatique, et inversement des candidats très bons en mathématiques ont présenté des projets informatiques non maîtrisés.

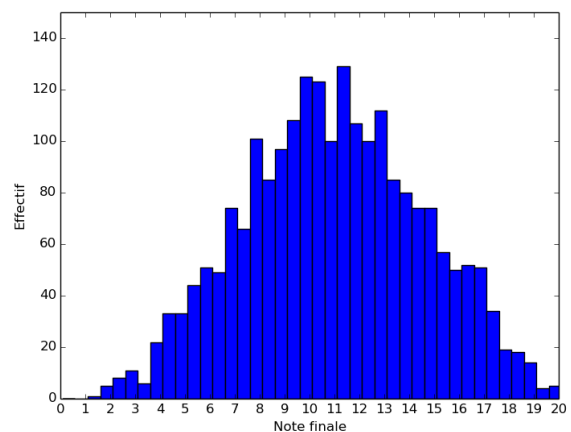
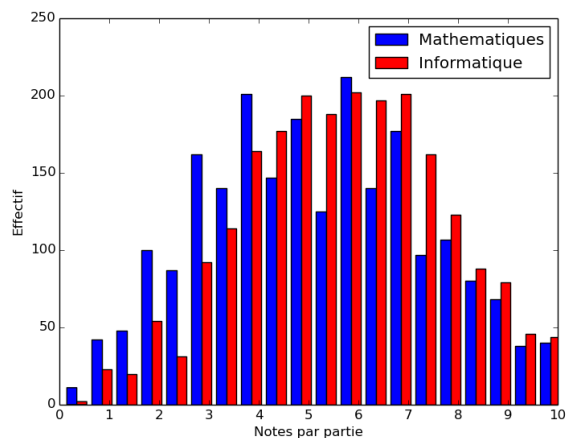
Les distributions des notes sont semblables à celles de 2021, que ce soit dans chacune des parties, ou sommées dans la note finale. Il y a eu cependant plus de candidats ayant obtenu une note maximale de 20.

Partie	Moyenne	Médiane	Écart-type	$0 \leq x < 2$	$2 \leq x < 4$	$4 \leq x < 6$	$6 \leq x < 8$	$8 \leq x \leq 10$
Mathématiques	5,28	5	2,19	9%	27%	30%	24%	10%
Informatique	5,82	6	1,98	4%	18%	35%	31%	12%

Résumé statistique par partie de l'épreuve

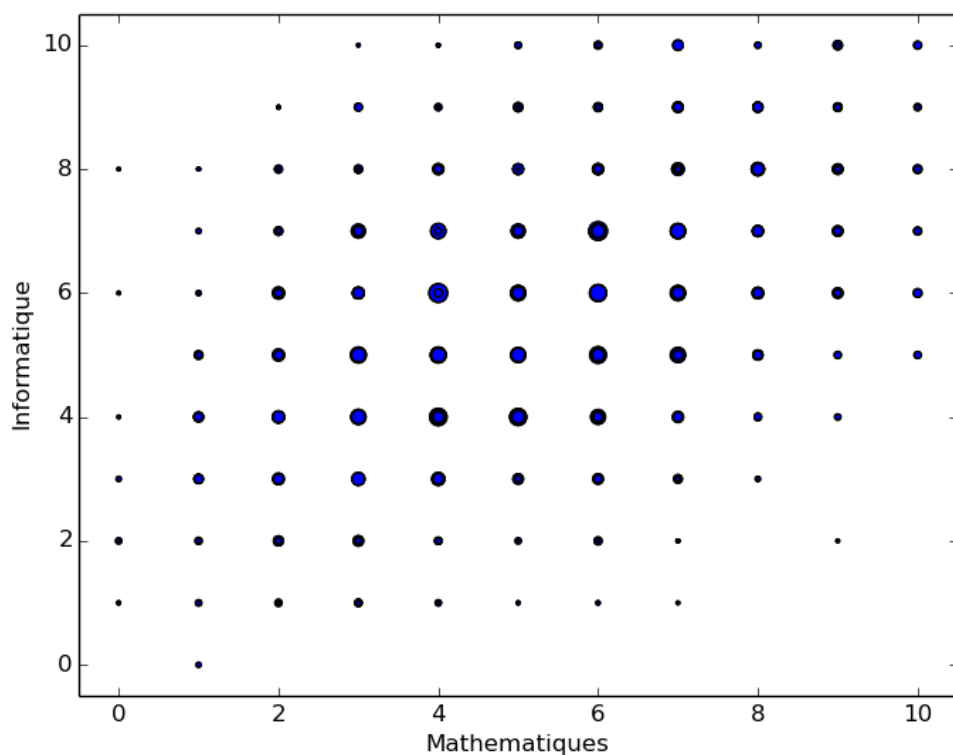
	Moyenne	Médiane	Écart-type	$0 \leq x < 4$	$4 \leq x < 8$	$8 \leq x < 12$	$12 \leq x < 16$	$16 \leq x \leq 20$
Note finale	11,09	11	3,59	2%	20%	40%	29%	9%

Résumé statistique général



Histogrammes des notes

Dans le graphique suivant, la taille du disque de centre (x, y) est proportionnelle au nombre de candidats ayant obtenu la note x à la partie Mathématiques pratiques et y à la partie Informatique. Comme dit plus haut, les notes sont assez faiblement corrélées ; ce graphique est très similaire à celui des années précédentes.



3 Partie Mathématiques Pratiques

3.1 Rappel des modalités

Dans un but d'équité, tous les candidats qui étaient convoqués à une même heure préparaient le même sujet, quel que soit leur jury d'interrogation.

Il n'était pas indispensable d'avoir traité la totalité de l'exercice pour obtenir une excellente note. Il était préférable d'avoir mené un raisonnement rigoureux et argumenté, reposant sur des connaissances solides, plutôt que d'avoir donné tous les résultats (même justes), trop vite et sans explication réelle.

Chaque sujet comportait une question de cours, qui précédait l'énoncé de l'exercice à préparer. Cette question était indépendante de l'exercice, dans le sens où elle pouvait concerner un thème différent de celui abordé dans la suite.

Chaque sujet comportait au moins une question d'informatique et les examinateurs interrogeaient systématiquement sur au moins une de ces questions, qu'elle ait été préparée ou non par le candidat en amont.

Les candidats disposaient devant leur ordinateur (dans la salle de préparation et dans la salle d'interrogation de Mathématiques pratiques) d'une feuille A4 aide-mémoire python, dont une copie était disponible sur le site internet du concours à l'avance. L'aide-mémoire proposé permettait de familiariser les candidats avec différentes fonctions qui peuvent être demandées d'être utilisées par le jury dans la partie Mathématiques Pratiques. Cette liste n'était bien entendu qu'indicative, et les candidats étaient libres d'utiliser d'autres modules ou fonctions de leur choix s'ils les connaissaient.

3.2 La question de cours

Nous publions ci-après une liste de quelques questions de cours ajoutées en 2022.

Quelques exemples de questions de cours ajoutées en 2022
Équation cartésienne du cercle de centre $A = (a, b)$ et de rayon r .
Définition de la distance d'un vecteur x de $\mathbb{R}^n$ à un sous-espace vectoriel F de $\mathbb{R}^n$.
Définition de la norme d'un vecteur $x = (x_1, \dots, x_n)$ de $\mathbb{R}^n$.
Théorème de D'Alembert-Gauss
Définition de la matrice d'un endomorphisme f de E dans une base $B = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ de E .
Définition de la partie entière d'un réel x .
Si (u_n) est une suite, définition de la divergence de (u_n) vers $+\infty$.
Si (u_n) est une suite de réels, donner la définition de « la série $\sum_{n \geq 0} u_n$ converge »
Énoncer le théorème de la bijection monotone.
Donner la définition d'une fonction f prolongeable par continuité en un point a .
Équation de la tangente de la courbe représentative d'une fonction f au point d'abscisse a .

Si f désigne une fonction définie sur $\mathbb{R}$, donner la définition du taux d'accroissement de f entre les abscisses a et b .
Théorème du changement de variable dans une intégrale.
Si f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$, donner la définition de « L'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt$ converge »
Pour n un entier naturel, rappeler les valeurs des sommes $\sum_{k=0}^n k$ et $\sum_{k=0}^n k^2$.
Si A et B désignent deux événements d'un même espace probabilisé, donner la définition de « A et B sont incompatibles » et de « A et B sont indépendants ».
Donner la valeur de $E(X^2)$ si X suit une loi géométrique de paramètre $p \in]0, 1[$.
Donner la valeur de $E(X^2)$ si X suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$.
Définir le biais d'un estimateur.
Variable aléatoire centrée réduite associée à une variable aléatoire X .
Si $(X_1, \dots, X_n)$ est un échantillon de variables aléatoires indépendantes de même loi, donner la définition de la moyenne empirique et de la variance empirique sur cet échantillon.

3.3 Remarques générales

- Comme les années précédentes, nous avons encore une fois fortement apprécié que les candidats soient bien préparés à l'épreuve. Nous tenons une nouvelle fois à féliciter les enseignants de BCPST qui tiennent vraisemblablement compte de nos remarques issues des rapports précédents dans la préparation de leurs étudiants.
- Le niveau général des candidats est plutôt bon et seul un petit nombre de candidats sont en grande difficulté face aux notions du programme.
- Les candidats se sont révélés meilleurs en algèbre linéaire cette année, en comparaison avec les années précédentes. Les méthodes sont mieux assimilées. Les candidats peinent cependant dès qu'on sort du cadre de la dimension 2 ou 3.
- L'étude des variables aléatoires à densité était elle-aussi bien meilleure cette année, et les erreurs grossières de confusion entre les variables discrètes et continues ont été moins présentes.
- En analyse, les calculs élémentaires, que ce soit les calculs de dérivées, de primitives, ou les calculs de limites, d'équivalents et de développements limités, restent difficiles pour de nombreux candidats.
- Un échantillon de sujets donnés en 2022 est publié sur le site du jury en complément de ce rapport, même si l'épreuve est amenée à être modifiée en 2023.

3.4 Conclusion

Le niveau des candidats reste hétérogène, mais nous ne pouvons que souligner leur effort dans leur préparation tout au long de leur classe préparatoire. L'ensemble des examinateurs a une fois de plus apprécié l'attitude respectueuse et courtoise de tous les candidats, ainsi que l'organisation parfaitement ficelée et l'efficacité de l'équipe de surveillants, qui ont une nouvelle fois facilité le bon déroulement des oraux de cette session 2022.

4 Partie Informatique

Les étudiants devaient présenter un projet informatique conçu pendant l'année. L'année prochaine l'épreuve change et le projet disparaît.

Le jury remercie tous les enseignants qui se sont impliqués dans les projets, ont entraîné avec efficacité leurs étudiants à cette épreuve. Le jury est, comme l'année dernière, très satisfait du niveau atteint par les candidats et de la qualité globale des projets. Le jury a constaté une forte augmentation des compétences des candidats depuis la création de cette épreuve. Les projets se sont étoffés, les candidats savaient répondre à des questions bien plus complexes et plus subtiles.

4.1 Modalités de l'épreuve

La partie de l'épreuve consacrée au projet informatique dure vingt minutes. Les candidats disposaient de sept minutes, au maximum, pour présenter leur projet, suivies d'un entretien.

La maîtrise du programme d'informatique enseigné en BCPST a régulièrement été évaluée en demandant aux candidats de traiter au tableau un exercice de programmation. Le plus souvent, cet exercice était basé sur le projet (par exemple si le projet comportait un graphe, la question pouvait porter sur le parcours du graphe en question) mais il pouvait aussi être sans rapport direct si celui-ci ne se prêtait pas à ce type de question. Voici quelques exemples de questions posées :

- Programmer récursivement la fonction factorielle (si la récursivité a été utilisée dans le projet),
- Écrire une fonction qui prend en entrée une liste et renvoie la longueur de la plus longue suite de 1 consécutifs.
- Écrire en Python une fonction prenant en entrée une liste de nombres entre 0 et k et qui retourne le nombre le plus fréquent. Le comportement est au choix en cas d'égalité.
- Écrire en Python une fonction qui simule une promenade aléatoire de n pas sur un graphe.

Les candidats étaient, dans l'ensemble, bien préparés à ce type d'exercices.

Détaillons le cas particulier du second exercice de la liste ci-dessus. De nombreuses solutions différentes sont possibles, et les candidats ont donné des réponses très variées. Une réponse courante fut un code similaire à celui-ci (avec des variations sur le `for` et sur la gestion du maximum `M`).

```
def uns_consecutifs(L):
    M = 0
    cpt = 0
    for k in range(len(L)):
        if L[k] == 1:
            cpt += 1
        else:
            cpt = 0
        if cpt > M:
            M = cpt
    return M
```

D'autres solutions correctes ont été proposées, utilisant deux boucles imbriquées et/ou une boucle `while`. Cependant, les étudiants qui ont tenté une solution en comparant deux termes consécutifs de la liste ont eu plus de mal à résoudre cet exercice. **Comparer deux éléments successifs d'une liste ne devrait pas être le premier réflexe des candidats.**

4.2 Remarques générales

Les candidats ont été bien préparés à cette épreuve. La très grande majorité des candidats semblent s'être investis dans leurs projets, et avoir, ce faisant, acquis des compétences qui leur seront utiles tant dans la suite de leurs études que dans leur vie professionnelle.

4.3 Erreurs à éviter et conseils aux candidats

Nous présentons ici quelques écueils à éviter ainsi que quelques conseils.

- **Comparer deux éléments successifs d'une liste ne devrait pas être le premier réflexe des candidats.**

Dans de nombreuses situations, il est plus pratique de parcourir la liste en retenant dans des variables les informations pertinentes plutôt que de faire ces comparaisons.

- Il est souvent possible en Python d'utiliser une boucle `for` là où une boucle `while` serait nécessaire dans certains langages (à l'aide typiquement d'un `return` dans le corps de la boucle). Les candidats sont encouragés à tirer parti de cette possibilité, mais cela ne les dispense pas de savoir écrire une boucle `while` gérant correctement les conditions de sortie. La maîtrise du `while` s'est améliorée par rapport aux années précédentes, les étudiants n'hésitent plus à les utiliser. Quelques étudiants, beaucoup moins nombreux qu'autrefois, font encore la confusion entre `if` et `while`.
- Les candidats maîtrisent pour la plupart la différence entre une fonction renvoyant une valeur et une fonction modifiant son argument. Le jury s'en réjouit.
- Le jury a constaté, encore cette année, des progrès sur la manipulation des booléens. Idéalement, on préfère, par exemple, lire `return x > 0` plutôt que :

```
if x > 0:
    return True
else:
    return False
```

- Dans le corps d'une boucle `for`, il est souvent une mauvaise idée de :
 - modifier la variable de la boucle
 - ajouter ou supprimer des éléments d'une liste qu'on est en train de parcourir
- L'absence de `return` dans une fonction est mieux comprise que les années précédente, le jury s'en réjouit.
- Il faudrait éviter la structure suivante :

```
for _ in ...
    if ... :
        return A
    else :
        return B
```