

Épreuve orale de Mathématiques

Déroulement de l'épreuve

L'épreuve orale de mathématiques a sensiblement changé en 2016 par rapport aux années précédentes, la différence avec l'épreuve de 2015 étant que le sujet proposé ne comporte plus de question de code Informatique ; cependant le candidat a toute liberté d'utiliser l'outil informatique pour effectuer des calculs ou des simulations. Le jury valorise dans la notation un usage correct et approprié de l'outil Informatique.

Le candidat se voit attribuer un exercice de mathématiques, le plus souvent appliqué à la résolution d'un problème concret. Il dispose de 30 minutes de préparation (dans une salle dédiée) pour laquelle il dispose de brouillon, d'une calculatrice et d'un ordinateur dont il peut s'aider librement (équipé d'un tableur, de Geogebra et d'un environnement de programmation Python ; la liste des logiciels installés sur l'ordinateur est disponible sur le site internet du concours). À la fin de ces 30 minutes, il sauvegarde s'il y a lieu son travail informatique sur une clé usb (fournie), et passe dans la salle d'interrogation pour l'oral à proprement parler, qui dure 30 minutes également. Au cours de cet oral, le candidat est alors interrogé sur l'exercice. Il dispose pour cela, d'un tableau et de feutres, ainsi que d'un ordinateur (identique à celui de la salle de préparation) avec vidéoprojecteur.

Rappelons également qu'au cours de l'oral, l'examineur peut poser quelques questions de cours (définitions, énoncé d'un théorème...) afin de sonder les connaissances du candidat sur le sujet qu'il traite.

Remarques générales

Les notes s'étalent de 4 à 19, la moyenne est légèrement supérieure à 11 et la médiane est à 11 ; environ 1/3 des candidats ayant 9 ou moins (pour ceux qui montrent des faiblesses sur les points fondamentaux du programme) et environ 1/3 des candidats ayant 13 ou plus. Les très bons candidats (note supérieure ou égale à 16) représentent environ 10 % des candidats cette année.

Rappelons aux candidats que pour avoir une bonne note, il n'est pas nécessaire de traiter intégralement et parfaitement l'exercice. De plus, l'épreuve de mathématiques est avant tout un oral et, à ce titre, les échanges entre le candidat et l'examineur sont importants. Ainsi, de bonnes réponses aux questions orales et une bonne réactivité du candidat face aux remarques de l'examineur sont des qualités valorisées, pouvant faire la différence entre des candidats de niveau équivalent.

Rappelons également l'importance de la gestion du temps. Certains candidats n'ont réfléchi durant leur temps de préparation que sur une partie du sujet, les obligeant à aborder l'autre partie en direct au tableau, ce qui est toujours délicat. La gestion du temps au tableau est également importante. Certains candidats passent de longues minutes à tout écrire dans les moindres détails (ou à faire des calculs de manière laborieuse), ce qui ne leur permet pas de finir dans le temps imparti. À l'inverse, certains autres se contentent de quelques rapides affirmations et donnent des résultats sans

justification correcte, ce qui dévalorise leur prestation.

Notons qu'une bonne préparation ne saurait se passer de la maîtrise des techniques employées dans les quelques rares épreuves types. Cette année encore il est étonnant que de nombreux candidats réagissent mal sur des exercices analogues aux sujets 0.

Remarques plus spécifiques

- **Algèbre linéaire** : Comme les années précédentes, on constate que la plupart des candidats connaissent bien les différentes méthodes de calcul à appliquer en algèbre linéaire et se débrouillent relativement bien d'un point de vue technique (résolution de systèmes, recherche de valeurs propres, de vecteurs propres, produit et inversion de matrices). Malheureusement (comme les années précédentes), bon nombre de candidats se contentent d'appliquer des méthodes par cœur sans comprendre clairement ce qu'ils font. Beaucoup font des confusions et parlent de « dimension d'une famille de vecteurs », de « base d'une application linéaire », du « rang d'un espace », etc. Peu de candidats sont capables de définir clairement les objets avec lesquels ils travaillent, comme par exemple le noyau d'une application linéaire. Plus étonnement de nombreux candidats ne savent pas démontrer qu'une application est linéaire ou qu'une partie d'un espace vectoriel est un sous-espace vectoriel, confondant souvent ces deux notions. Les espaces vectoriels plus abstraits comme les espaces de polynômes sont très mal assimilés. Quant aux espaces vectoriels plus concrets, en géométrie de dimension 3, les notions d'équations de plans et de vecteur normal semblent avoir été un jour connues mais oubliées depuis lors.

- Analyse :

- Si de nombreux candidats savent appliquer correctement les méthodes, un petit nombre d'entre eux a montré des lacunes inquiétantes sur les techniques élémentaires de calcul : certains ne savent pas dériver des fonctions très simples, se trompant fréquemment dans les formules de dérivation des fonctions composées comme $\ln(u)$, $\exp(u)$ ou $1/u$. Certains ne savent pas arranger une expression, se perdant dans des calculs interminables truffés d'erreurs et n'aboutissant pas.

- La résolution d'une équation différentielle linéaire homogène du 1^{er} ordre est trop souvent approximative (la constante multiplicative devenant une constante additive), et d'autres formules comme la somme des termes d'une suite géométrique font parfois défaut,

- Plus généralement, attention aux erreurs de calculs ! Beaucoup de candidats ont tendance à se précipiter et commettent d'innombrables étourderies que ce soit avec les formules de dérivation / intégration, ou dans les calculs de limites. Rappelons que les compétences en calcul sont incontournables en mathématiques et à qui se destine à des études scientifiques, et que des lacunes importantes ne peuvent qu'être sanctionnées durant l'épreuve,

- Bon nombre de théorèmes généraux ne sont connus que très approximativement. Par exemple, de nombreux candidats ne sont pas capables d'énoncer correctement le théorème de la limite monotone ou le théorème de la bijection.

- De même, les fonctions usuelles (et leurs variations, leurs limites...) ne sont pas toujours bien connues, ce qui rend certaines résolutions d'exercices très laborieuses (là où il n'y a qu'à appliquer du cours).

- **Probabilités** : Les exercices de probabilité constituent un peu plus de la moitié des exercices posés. C'est le point du programme qui semble avoir été le mieux préparé par les candidats. Les bons candidats savent reconnaître une loi usuelle et en connaissent bien les formules. Pour les aspects négatifs on retrouve globalement les mêmes problèmes qu'aux sessions précédentes :

- Les notations qui n'ont aucun sens (probabilité d'une variable aléatoire, intersections de probabilités, même nom donné à des événements distincts...).
- Confusion entre indépendance et incompatibilité d'événements,
- Confusion entre probabilité conditionnelle et probabilité d'une intersection. De plus, même pour ceux qui ne confondent pas, le passage de l'un à l'autre est parfois source d'erreurs ou de longues hésitations.
- La formule des probabilités totales est souvent mal énoncée et mal appliquée. De plus, trop peu de candidats pensent à l'appliquer si on ne leur suggère pas.
- Reconnaître une loi usuelle pose parfois problème, certains candidats confondant loi de Bernoulli, loi géométrique et loi binomiale. A contrario dans des situations où la loi n'est pas une loi usuelle du programme les candidats s'évertuent à tenter de reconnaître une loi usuelle, malgré les contradictions.
- Trop de candidats éprouvent des difficultés pour exprimer la loi de Poisson.
- Cette année encore les variables aléatoires à densité ont posé de gros problèmes. Les lois classiques ainsi que la plupart des formules ne sont pas bien connues en général. Beaucoup confondent avec les variables aléatoires discrètes et s'embrouillent entre les sommes et les intégrales.
- À propos de sommes, justement, les formules (somme des termes d'une suite géométrique, par exemple) sont souvent connues de manière approximative, voire pas du tout.

Usage de l'Outil informatique : l'outil informatique à utiliser peut être de la programmation Python, le logiciel Geogebra pour le tracé d'une courbe et les variations et limites d'une fonction, Scilab/Matlab pour le calcul matriciel ou la programmation, ou le plus souvent un tableur pour la manipulation de données statistiques.

- Bon nombre de candidats font bon usage du tableur et savent utiliser de façon spontanée l'outil de régression linéaire.
- Cette année le jury a constaté une bien meilleure maîtrise de la programmation en Python. La programmation Python peut être utilisée dans une démarche exploratoire en probabilité pour simuler une loi et estimer son espérance. Le jury a valorisé son bon usage dans ce contexte. Par contre lorsque le candidat présente de trop lourdes lacunes en programmation mieux vaut s'abstenir, son usage pouvant devenir alors contre-productif.
- De rares candidats ne savent pas utiliser un tableur ou ne connaissent pas l'outil Geogebra. Ce dernier logiciel est pourtant plus approprié pour le tracé de courbes que Python, dont l'usage peut être trompeur, par exemple lorsque la fonction présente une asymptote verticale.

Globalement l'usage de l'outil informatique s'est avéré plus satisfaisant cette année, les candidats semblant y avoir été mieux préparés.

Conclusion

Cette année encore, le niveau était assez hétérogène. La plupart des candidats connaissent les méthodes et techniques de base. Malheureusement, beaucoup les appliquent tête baissée sans réfléchir, et sans réellement comprendre ce qu'ils font. Par ailleurs les moins bons candidats ont montré des lacunes en calcul et sur la connaissance de leur cours. On peut donner comme conseil aux futurs candidats de maîtriser l'aspect technique afin de le mobiliser rapidement face à un problème posé, notamment par la connaissance précise et exhaustive de leurs formules et méthodes, mais aussi d'approfondir leur cours et de se donner pour règle d'élaborer leur argumentation par des raisonnements clairs et robustes, que ce soit en algèbre, en géométrie, en analyse et en probabilités.