

PHYSIQUE

Durée : 3 heures

L'usage d'une calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

Chaque candidat est responsable de la vérification de son sujet d'épreuve : pagination et impression de chaque page. Ce contrôle doit être fait en début d'épreuve. En cas de doute, le candidat doit alerter au plus tôt le surveillant qui vérifiera et, éventuellement, remplacera le sujet.

Ce sujet comporte 10 pages numérotées de 1 à 10.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

L'APPAREIL CARDIOVASCULAIRE

Ce sujet s'intéresse à quelques aspects physiques de l'appareil cardiovasculaire. Après une introduction sur l'appareil cardiovasculaire, le sujet comporte 3 parties indépendantes entre elles (numérotées **I** à **III**).

La partie **I** s'intéresse à la pression artérielle et à sa mesure. La partie **II** étudie la circulation sanguine en lien avec la loi de Poiseuille. Enfin la partie **III** présente l'oxygénation du sang dans les capillaires pulmonaires *via* un modèle fondé sur la diffusion de particules.

Toutes les réponses doivent être dûment justifiées.

Introduction.

L'appareil cardiovasculaire est un système circulatoire en circuit fermé qui assure le transport du sang. Il est constitué du cœur et des vaisseaux sanguins.

On distingue la circulation systémique et la circulation pulmonaire :

- la circulation systémique amène le sang chargé en dioxygène (noté O_2 dans la suite du sujet) depuis le cœur gauche jusqu'aux organes puis ramène ce même sang déchargé en O_2 mais chargé en dioxyde de carbone (noté CO_2 dans la suite du sujet) jusqu'au cœur droit.
- la circulation pulmonaire amène ensuite le sang veineux (sang déchargé en O_2 et chargé en CO_2) au contact des alvéoles pulmonaires pour le ré-oxygéner puis renvoie ce sang au cœur gauche via la veine pulmonaire.

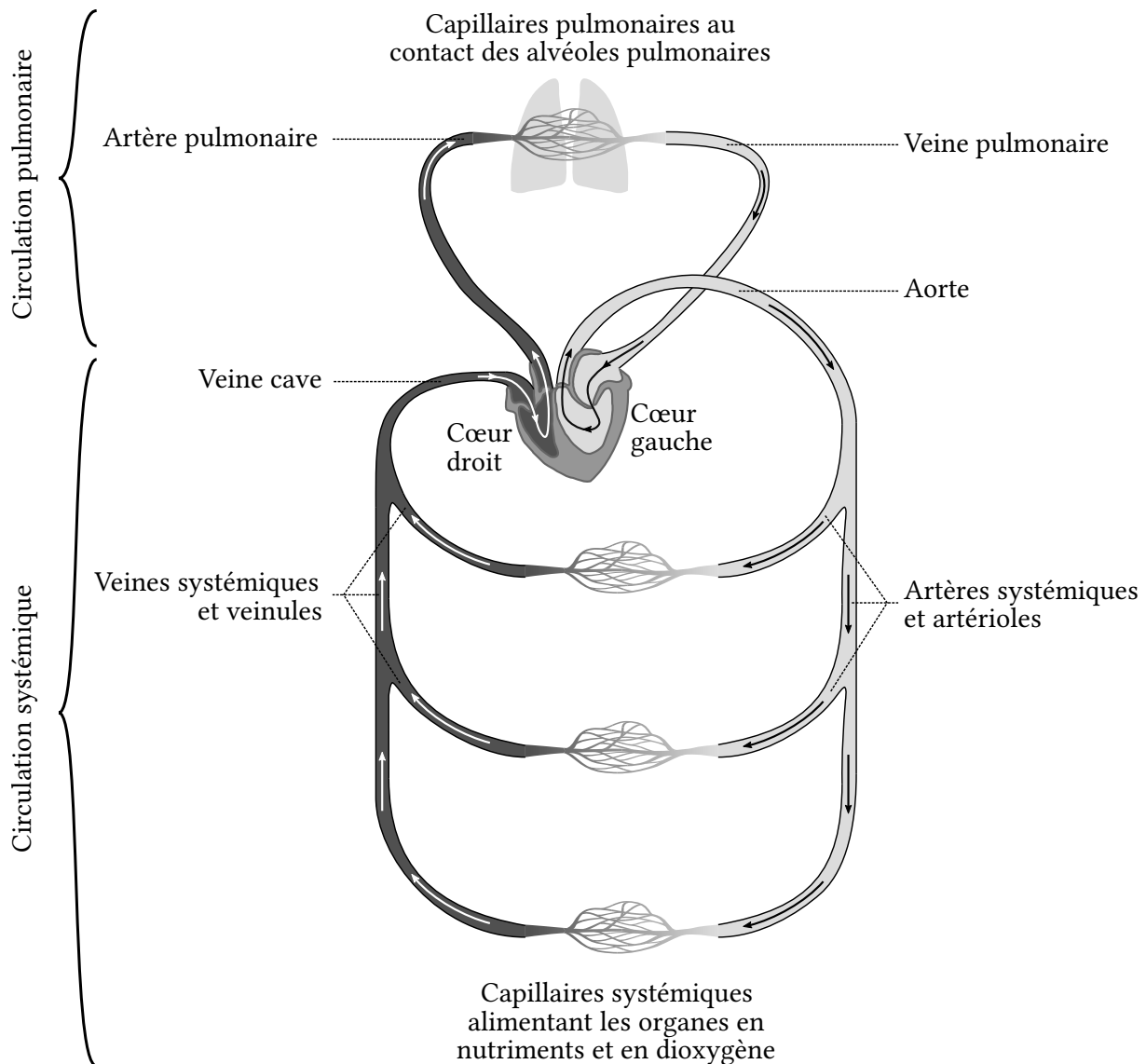


FIGURE 1 – Schéma simplifié de l'appareil cardiovasculaire.

Le sang coloré en gris clair représente un sang chargé en O_2 et déchargé en CO_2 .

Le sang coloré en gris foncé représente un sang chargé en CO_2 et déchargé en O_2 .

Les flèches indiquent le sens de l'écoulement du sang.

I. La pression artérielle.

Dans cette partie, on s'intéresse à la mesure de la pression artérielle. Après avoir établi le lien entre le millimètre de mercure (noté mmHg) et le bar (sous-partie A), un dispositif de mesure de pression est présenté (sous-partie B). Enfin, des données de pression artérielle (sous-partie C) sont étudiées.

A. À propos du millimètre de mercure.

En médecine, l'unité encore largement utilisée pour exprimer les pressions est le millimètre de mercure.

On se propose d'établir le lien entre le mmHg et le bar : $760 \text{ mmHg} = 1,013 \text{ bar}$.

Pour cela, on considère le baromètre à siphon représenté ci-après sur la figure 2.

Ce baromètre utilise du mercure liquide, fluide incompressible de masse volumique $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. On note $P_{\text{atm}} = 1,013 \text{ bar}$ la pression atmosphérique et $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ l'accélération de la pesanteur. Le point B est en contact avec l'atmosphère de sorte que $P_B = P_{\text{atm}}$.

On néglige tout phénomène de tension superficielle. De plus, comme la pression de vapeur saturante du mercure est très faible devant la pression atmosphérique, on assimilera l'espace au dessus du point A à du vide ; en particulier on considérera que $P_A \approx 0 \text{ bar}$.

1. Rappeler puis établir la relation fondamentale de la statique des fluides dans un fluide de masse volumique ρ pour un axe z vertical ascendant.

Pour la démonstration on pourra postuler que la pression P ne dépend que de la variable z , puis écrire l'équilibre d'une couche de fluide comprise entre z et $z + dz$.

2. Établir l'expression de $P(z)$ dans le mercure liquide.

3. Montrer que la hauteur h de liquide entre les points A et B s'exprime selon $h = \frac{P_{\text{atm}}}{\rho_{\text{Hg}} g}$.

Faire l'application numérique de h puis commenter le résultat.

4. Justifier l'utilisation du mercure plutôt que de l'eau liquide pour la réalisation d'un baromètre à siphon.

5. Expliquer qualitativement pourquoi les tubes du baromètre ne doivent pas être « trop fins » pour que l'étude précédente soit valable.

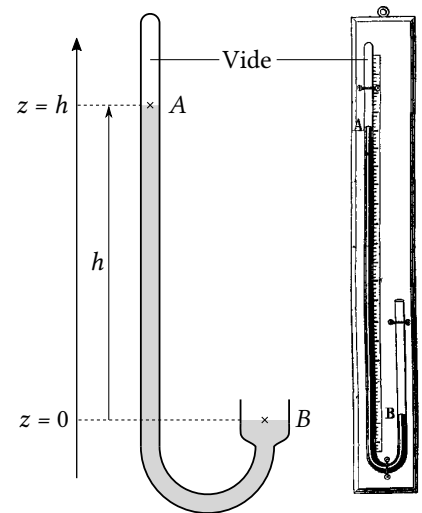


FIGURE 2 – Baromètre à mercure.

B. Mesure piézorésistive de pression artérielle.

Afin d'obtenir une mesure de la pression artérielle en continu, la réalisation d'un *transducteur de pression* est nécessaire. Un *transducteur de pression* convertit un signal de pression $P(t)$ en une tension électrique directement mesurable $u_{\text{mes}}(t)$.

Un transducteur de pression largement utilisé dans le domaine de la santé exploite le phénomène de *piézorésistivité*. La *piézorésistivité* traduit le fait que la résistance électrique de certains matériaux varie selon la pression à laquelle ils sont soumis. Cette dépendance n'est pas due aux variations des caractéristiques géométriques du matériau.

Aucune connaissance sur la piézorésistivité n'est nécessaire pour traiter les questions de cette partie.

On considère un matériau piézorésistif dont la résistance dépend de la pression sous la forme suivante :

$$R = R_0 [1 + k(P - P_{\text{atm}})]$$

$P_{\text{atm}} = 1,013 \text{ bar}$ est la pression atmosphérique, k une constante appelée coefficient de piézorésistivité et R_0 est la valeur de la résistance pour $P = P_{\text{atm}}$.

Le matériau piézorésistif est placé dans le circuit représenté sur la figure 3 ci-dessous.

E est une tension continue constante. R_1 est une résistance variable. R_3 et R_4 sont des résistances constantes. u_{mes} est la tension mesurée.

6. On cherche à exprimer u_{mes} en fonction des données de l'énoncé.

a. Exprimer u_1 en fonction de R_1 , R_2 et E , puis u_3 en fonction de R_3 , R et E .

b. En déduire que $u_{\text{mes}} = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R + R_3} \right) E$.

7. On veut ajuster la résistance R_1 afin d'avoir $u_{\text{mes}} = 0$ lorsque $P = P_{\text{atm}}$.

Déterminer l'expression de R_1 permettant d'avoir $u_{\text{mes}} = 0$ lorsque $P = P_{\text{atm}}$, en fonction de R_0 , R_2 et R_3 .

8. On considère une variation de pression ΔP positive par rapport à P_{atm} de sorte que : $P = P_{\text{atm}} + \Delta P$.

a. Montrer que la résistance R peut s'écrire sous la forme $R = R_0 + \Delta R$. Exprimer ΔR en fonction de k , ΔP et R_0 .

b. En pratique, pour les pressions artérielles usuelles, le coefficient de piézorésistivité k et la variation de pression ΔP sont tels que $\Delta R \ll R_0$ (ΔR très petit devant R_0). Proposer une condition reliant k et ΔP pour avoir $\Delta R \ll R_0$.

Cette condition est supposée remplie dans la suite.

c. Montrer qu'à une variation de pression ΔP est associée une tension mesurée

$$u_{\text{mes}} \simeq \frac{R_3}{(R_0 + R_3)^2} \times R_0 \times k \Delta P \times E$$

En déduire l'expression de la sensibilité du transducteur de pression $S = \frac{u_{\text{mes}}}{\Delta P}$ en fonction des données de l'énoncé. Préciser l'unité de S et donner le sens physique de cette grandeur.

9. Expliquer en quelques lignes comment ce système peut être utilisé pour mesurer les variations de pression artérielle ΔP en fonction du temps.

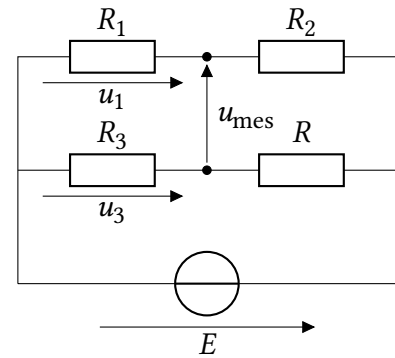


FIGURE 3 – Transducteur de pression.

C. Exploitation des mesures de pression artérielle systémique.

Dans toute cette sous-partie C, toutes les valeurs de pression artérielle correspondent à la pression différentielle $\Delta P = P - P_{\text{atm}}$. Par exemple, une pression artérielle de 120 mmHg correspond à une pression absolue de 760 mmHg + 120 mmHg = 840 mmHg. De plus, toutes les mesures sont prises pour un individu allongé et au repos.

Document 1 – Pression dans la circulation systémique

(Source : Unisciel)

La pression artérielle dans la circulation systémique évolue entre une valeur haute d'environ 120 mmHg et une valeur basse aux alentours de 80 mmHg. La valeur haute correspondant à la pression artérielle systolique pendant la systole ventriculaire.

Pendant cette phase, l'intégralité du volume d'éjection systolique parcourt les artères et entre dans les artérioles alors que seulement un tiers de ce volume en sort. Les deux tiers restants seront propulsés dans le réseau artériolaire pendant la diastole grâce à la restitution de l'énergie élastique que les artères ont stockée pendant la phase de systole.

Document 1 (suite) – Pression dans la circulation systémique

Ainsi, bien que la pression dans le ventricule gauche soit proche de 0 mmHg pendant la diastole, la pression artérielle diastolique reste relativement élevée (environ 80 mmHg) car une nouvelle contraction cardiaque a lieu avant que les artères ne se vident complètement.

Comme les artères présentent très peu de résistance à l'écoulement, ces valeurs de pression artérielle restent quasi-constantes dans tous les segments artériels. Par contre, c'est au niveau des artérioles que la pression diminue du fait qu'elles offrent une forte résistance à l'écoulement et à leur sortie, les fluctuations entre pressions systolique et diastolique disparaissent, transformant débit et pression pulsatile en débit stable et uniforme.

À la sortie des capillaires, la pression veineuse continue à chuter pour atteindre une valeur proche de 3 mmHg au niveau du ventricule droit.

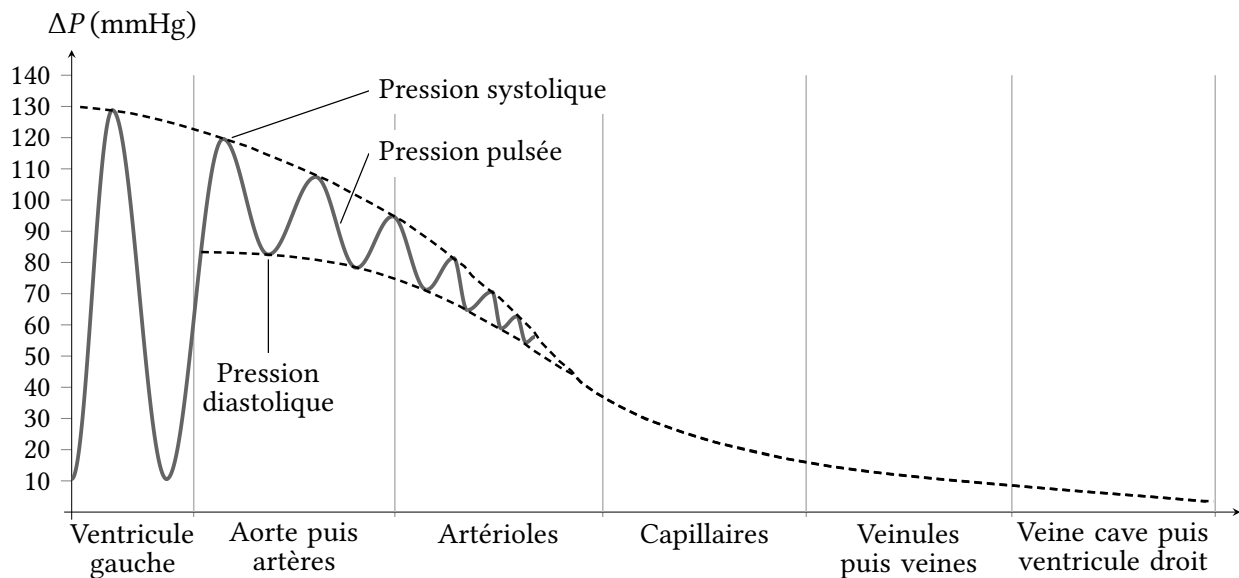


FIGURE 4 – Évolution simplifiée de la pression dans la circulation systémique à un instant t_0 fixé en fonction du type de vaisseau. L'axe des abscisses représente la distance par rapport à l'entrée du ventricule gauche.

10. Une mesure de pression artérielle en fonction du temps est donnée ci-après figure 5.

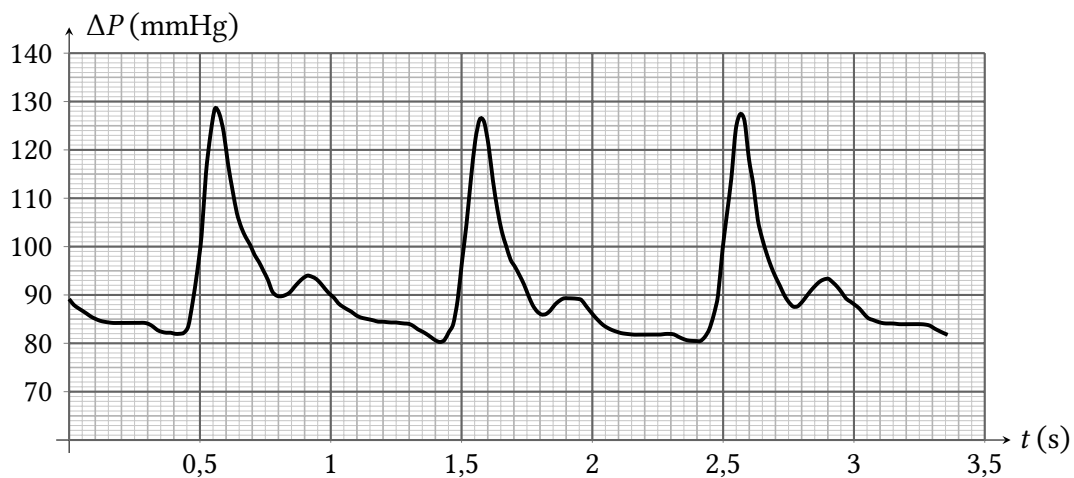


FIGURE 5 – Mesure de la pression artérielle en fonction du temps. La mesure est réalisée au niveau de l'artère radiale.

a. Déterminer la pression artérielle systolique $\Delta P_{a,sys}$, la pression artérielle diastolique $\Delta P_{a,dia}$ et estimer la pression artérielle moyenne $\Delta P_{a,moy}$.

b. Les médecins utilisent fréquemment la formule $\Delta P_{a,moy} = \frac{\Delta P_{a,sys} + 2\Delta P_{a,dia}}{3}$ pour calculer la pression artérielle moyenne.

Après avoir vérifié la cohérence de cette formule avec la question précédente, justifier qualitativement la différence de pondération entre la pression systolique et diastolique.

c. Estimer la fréquence cardiaque f en battements par minute (notés battements $\cdot \text{min}^{-1}$).

d. Sachant que le débit de volume de sang est de $D_V = 5,0 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$ au repos, déterminer le volume de sang V_1 envoyé par le cœur à chaque battement. On exprimera V_1 en mL.

e. Le spectre de la pression artérielle contient-il des harmoniques ? Justifier.

f. Quel type de filtrage est adapté pour déterminer la pression artérielle moyenne ? On précisera la fréquence de coupure du filtre.

II. Introduction à l'hémodynamique.

L'hémodynamique (ou « dynamique du sang ») est la science des propriétés physiques de la circulation sanguine en mouvement dans le système cardiovasculaire.

On propose dans cette partie d'étudier de manière simplifiée quelques aspects de l'hémodynamique. Dans toute cette partie II l'individu est allongé et au repos.

A. Écoulement dans un vaisseau sanguin.

On s'intéresse d'abord à l'écoulement horizontal du sang dans un seul vaisseau sanguin qu'on assimile à une conduite cylindrique indéformable de diamètre d et de longueur L (voir figure 6 ci-dessous).

Le sang est un fluide incompressible de masse volumique $\rho_s = 1060 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. De plus, dans un souci de simplicité, on considérera que le sang est un fluide newtonien de viscosité dynamique égale à $\eta_s = 1,6 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

L'écoulement du sang est supposé stationnaire et laminaire.

Le gradient de pression est uniforme le long de la conduite et on note $\Delta P = P(x=0) - P(x=L) > 0$ la différence de pression entre le début et la fin du vaisseau sanguin considéré.

Le champ des vitesses est de la forme $\vec{v} = v(r) \vec{u}_x$ en coordonnées cylindriques d'axe (Ox).

Enfin, la force de viscosité que le sang à l'extérieur du cylindre de rayon $r \leq \frac{d}{2}$, d'axe (Ox) et de longueur

L exerce sur le sang situé à l'intérieur de ce cylindre s'écrit : $\vec{F}_{\text{visc}} = 2\pi r L \eta_s \frac{dv(r)}{dr} \vec{u}_x$.

11. À partir d'un bilan de quantité de mouvement sur un système à expliciter, montrer que la vitesse du fluide s'exprime selon : $\vec{v} = \frac{\Delta P}{4\eta_s L} \left(\frac{d^2}{4} - r^2 \right) \vec{u}_x$.

Représenter ensuite le champ des vitesses dans une section droite de conduite.

12. En déduire l'expression du débit de volume D_V en fonction des données de l'énoncé.

13. On définit la résistance hydraulique de sorte que $\Delta P = R_h D_V$. Montrer que la résistance hydraulique s'exprime sous la forme : $R_h = \frac{128\eta_s L}{\pi d^4}$.

Dans la suite du sujet, la relation $\Delta P = R_h D_V$ avec $R_h = \frac{128\eta_s L}{\pi d^4}$ constitue la loi de Poiseuille.

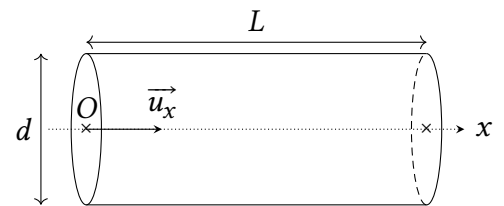


FIGURE 6 – Vaisseau sanguin assimilable à une conduite horizontale cylindrique. Le sang s'écoule vers les x croissants.

B. Prise en compte de l'ensemble des vaisseaux sanguins.

On souhaite prendre en compte l'ensemble des vaisseaux sanguins de la circulation systémique pour estimer la perte de charge entre la sortie du cœur gauche et l'entrée du cœur droit.

Document 2 – Caractéristiques des vaisseaux

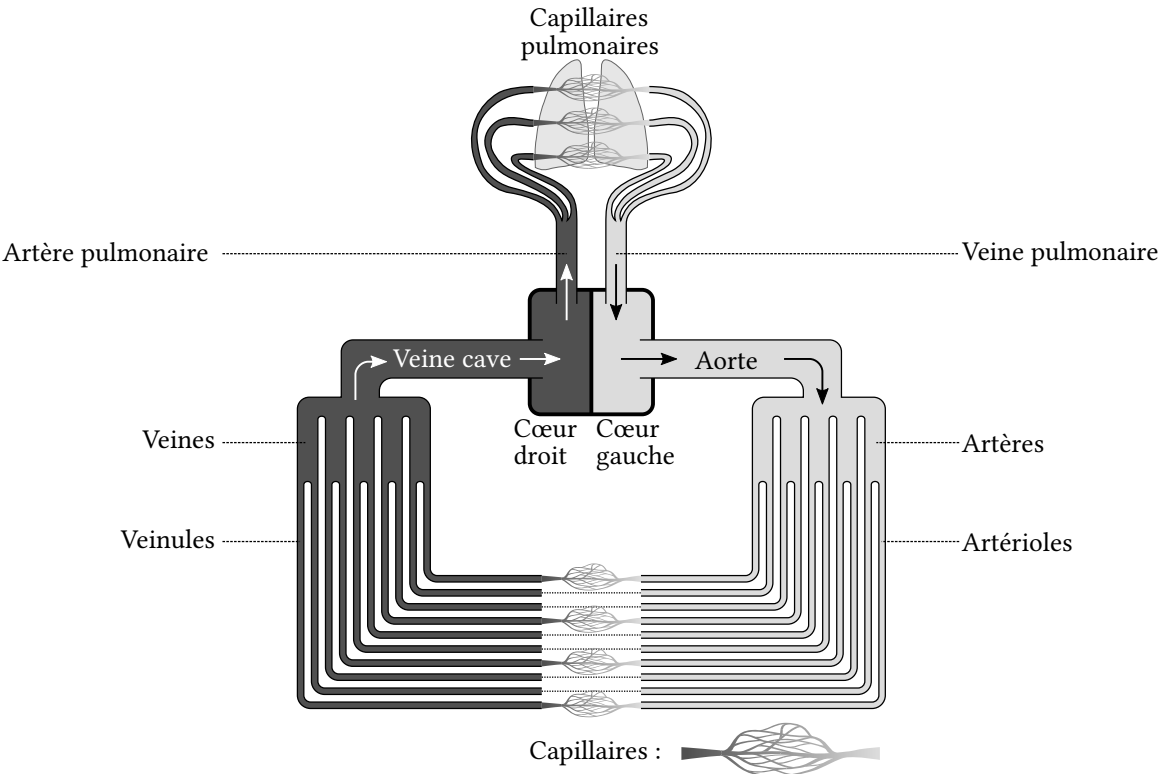


FIGURE 7 – Schéma simplifié présentant les différents types de vaisseaux rencontrés par le sang lors de son écoulement. Le nombre de vaisseaux, les diamètres, et les longueurs ne sont pas à l'échelle.

Position	Pression moyenne (mmHg)	Diamètre moyen (mm)	Longueur typique (mm)	Vitesse moyenne (m/s)
Circulation systémique				
Atrium gauche	5			
Ventricule gauche	100			
Aorte	100	20	500	$2,65 \times 10^{-1}$
Artères	95	4	500	$2,50 \times 10^{-1}$
Artérioles	86	0,05	10	$2,80 \times 10^{-2}$
Capillaires	30	0,008	1	$0,50 \times 10^{-3}$
Veinules	10	0,02	2	$1,10 \times 10^{-3}$
Veines	4	5	25	$5,50 \times 10^{-3}$
Veine cave	3	30	500	$1,20 \times 10^{-1}$
Atrium droit	3			

TABLE 1 – Caractéristiques des différents vaisseaux de la circulation systémique. La pression moyenne est donnée en entrée des vaisseaux sanguins. Ces données sont estimées pour un individu allongé et au repos. Cet individu est jeune et en bonne santé.

On se propose de calculer la perte de charge due aux artérioles afin d'effectuer une comparaison avec les données réelles. On supposera que la loi de Poiseuille peut s'appliquer dans tous les vaisseaux sanguins.

14. À partir du tableau 1, déterminer le débit de volume du sang dans l'aorte D_V .

Justifier ensuite que le nombre d'artérioles dans le corps humain vaut environ $N_{\text{artérioles}} \approx 1,5 \times 10^6$.

15. En prenant $D_V = 5,0 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$, estimer les pertes de charge $\Delta P_{\text{artérioles}}$ dans les artérioles.

Comparer cette valeur à celle pouvant être déterminée à partir du tableau 1. Commenter et proposer une brève explication aux écarts observés entre les deux valeurs.

C. Aspects énergétiques.

À partir des mesures de pression moyenne du tableau 1, on cherche à estimer la puissance moyenne consommée au repos par le cœur pour pomper le sang.

Pour simplifier, on considérera que le cœur agit comme une pompe qui fonctionne en continu. Cela revient à considérer uniquement les valeurs de pression moyenne.

16. Justifier précisément que la puissance du cœur gauche $\mathcal{P}_g$ nécessaire pour faire remonter la pression sanguine de 5 à 100 mmHg s'exprime par $\mathcal{P}_g = D_V \times \Delta P_g$ où $\Delta P_g = 100 \text{ mmHg} - 5 \text{ mmHg}$ est la différence de pression entre le ventricule gauche et l'atrium gauche.

Faire ensuite l'application numérique pour $D_V = 5,0 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$ et exprimer la puissance en watt.

De même, déterminer la valeur numérique de la puissance du cœur droit $\mathcal{P}_d$ nécessaire pour faire remonter la pression sanguine de 3 à 25 mmHg.

17. Expliquer pourquoi le cœur gauche est plus développé que le cœur droit.

18. Montrer que le travail fourni par le cœur au sang en un jour vaut $W_{\text{cœur}} \approx 112 \text{ kJ}$.

19. Le rendement énergétique du muscle cardiaque étant de 20 %, déterminer l'énergie consommée par jour par l'individu au repos pour pomper le sang. Exprimer le résultat en joule puis en kilocalorie kcal. Comparer cette énergie aux besoins énergétiques journaliers qui est de l'ordre de $2 \times 10^3 \text{ kcal}$ pour un homme. Commenter.

Donnée : $1 \text{ kcal} = 4,18 \text{ kJ}$

III. L'oxygénation du sang dans les capillaires pulmonaires.

Le bon fonctionnement des organes nécessite un apport en dioxygène régulier. Dans cette partie on propose d'étudier l'oxygénation du sang dans les capillaires pulmonaires.

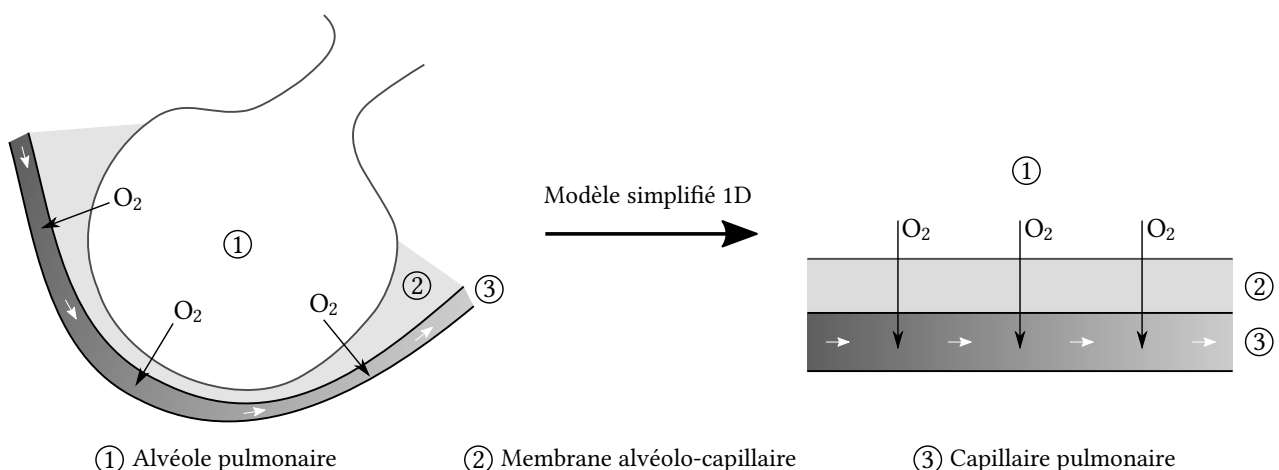


FIGURE 8 – À gauche : schéma d'un capillaire pulmonaire en interaction avec une alvéole pulmonaire. À droite : le modèle unidimensionnel (1D) correspondant. Dans le capillaire ③, le sang coloré en gris clair représente un sang chargé en O_2 et déchargé en CO_2 ; le sang coloré en gris foncé représente un sang déchargé en O_2 et chargé en CO_2 . Les flèches blanches indiquent le sens de l'écoulement du sang.

Les flèches noires indiquent le transfert de dioxygène à travers la membrane alvéolo-capillaire.

On aborde l'oxygénation du sang par une approche de diffusion de particules. Dans un souci de simplification, plusieurs processus ne sont pas pris en compte comme la capture du dioxygène par les globules rouges ou bien le transport de dioxygène par convection dans les capillaires pulmonaires.

A. Modèle unidimensionnel en régime stationnaire.

On se propose d'établir l'équation de la diffusion concernant la concentration en dioxygène O_2 dans un capillaire pulmonaire. On néglige le transport du dioxygène par convection dans les capillaires sanguins.

On s'intéresse à un capillaire pulmonaire assimilable à un tube cylindrique (de rayon a et de longueur L) d'axe x caractérisé par une concentration en dioxygène $C_{O_2}(x)$ (voir schéma figure 9 ci-contre). La concentration en dioxygène est supposée uniforme sur toute section du cylindre orthogonale à Ox .

On considère le régime stationnaire. On note $C_{O_2}(x = 0) = C_1$ la concentration molaire en O_2 à l'entrée du capillaire et $C_{O_2}(x = L) = C_2$ la concentration molaire à la sortie du capillaire. On note $\Phi(x)$ le flux algébrique de O_2 rentrant en x dans le sens de $\vec{u}_x$.

Pour tenir compte de l'apport de molécules de O_2 par diffusion à travers la membrane alvéolo-capillaire on considère un flux latéral de particules.

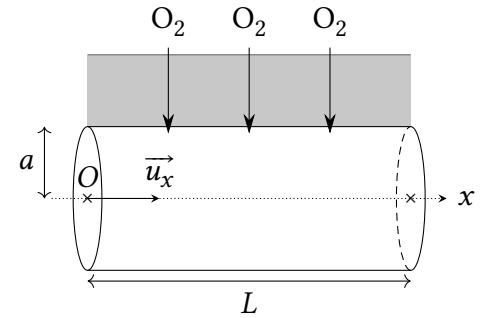


FIGURE 9 – Capillaire pulmonaire assimilable à un cylindre.
Le rectangle gris représente la membrane alvéolo-capillaire à travers laquelle le O_2 est transféré.

Le flux latéral de particules entrant par une surface latérale de cylindre $dS_{\text{lat}} = \pi a dx$ s'exprime par $d\Phi_{\text{lat}} = h[C_{\text{ext}} - C_{O_2}(x)]dS_{\text{lat}}$ où C_{ext} est la concentration en dioxygène dans l'alvéole pulmonaire et h est la perméabilité de la membrane alvéolo-capillaire. Cet apport latéral se fait sur la moitié supérieure de la surface latérale du cylindre.

C_{ext} est supposée constante. Le capillaire est suffisamment long pour considérer que $C_{\text{ext}} = C_2 > C_1$. On choisit d'exprimer toutes les concentrations en $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ et tous les flux en $\text{mol} \cdot \text{s}^{-1}$.

20. Préciser l'unité de h en fonction des unités de base du système international.

21. En faisant un bilan de particules sur une tranche de cylindre comprise entre x et $x + dx$, montrer que le flux $\Phi(x)$ suit l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\Phi}{dx} = \pi ah[C_{\text{ext}} - C_{O_2}(x)]$$

22. Rappeler la loi de Fick. En déduire une relation entre $\Phi(x)$ et $C_{O_2}(x)$. On notera D_{O_2} le coefficient de diffusion du dioxygène dans le sang et on exprimera l'unité de D_{O_2} en fonction des unités de base du système international.

23. En déduire que l'équation différentielle vérifiée par $C_{O_2}(x)$ peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{d^2 C_{O_2}}{dx^2} - \frac{C_{O_2}(x) - C_{\text{ext}}}{\ell^2} = 0 \quad \text{avec} \quad \ell^2 = \frac{D_{O_2} a}{h}$$

Faire l'application numérique pour ℓ et donner un sens physique à ce paramètre.

Données :

- ▷ Rayon typique d'un capillaire pulmonaire : $a = 4,0 \mu\text{m}$
- ▷ Perméabilité de la membrane alvéolo-capillaire : $h = 66 \times 10^{-6}$ unités SI
- ▷ Coefficient de diffusion de O_2 dans le sang : $D_{O_2} = 1,7 \times 10^{-7}$ unités SI

24. La solution de l'équation différentielle de la question 23. peut s'écrire sous la forme suivante :

$$C_{O_2}(x) = A + Be^{-x/\ell} + Ce^{x/\ell}$$

- La longueur d'un capillaire pulmonaire L est typiquement de 1 mm. En comparant ℓ et L , expliquer succinctement que l'on puisse considérer que $L = +\infty$ dans la suite.
- Déterminer les constantes A , B et C en fonction des données de l'énoncé.
- Tracer l'allure de $C_{O_2}(x)$ et faire apparaître ℓ sur votre graphique.

25. Montrer que la quantité de dioxygène transférée par unité de temps de l'alvéole pulmonaire vers le capillaire pulmonaire s'exprime, en moles par seconde, par la relation :

$$\Phi_{\text{lat},1 \text{ capillaire}} = h(C_{\text{ext}} - C_1) \times \pi a \ell$$

B. Estimation de la consommation d'oxygène.

En pratique, les données d'oxygénation du sang dans les capillaires pulmonaires ne sont pas données en terme de concentration en $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ mais en terme de pression partielle de dioxygène P_{O_2} en mmHg.

Afin de pouvoir comparer des données réelles aux résultats de la partie précédente, nous avons besoin d'introduire le coefficient de Henry σ tel que $C_{O_2} = \sigma \times P_{O_2}$

Pour le dioxygène dans le sang, on prendra $\sigma = 1,7 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{mmHg}^{-1}$

Ainsi, la quantité de dioxygène transférée par unité de temps (en $\text{mol} \cdot \text{s}^{-1}$) de l'alvéole pulmonaire vers le capillaire pulmonaire (voir question 25.) s'exprime en fonction des pressions partielles sous la forme suivante :

$$\Phi_{\text{lat},1 \text{ capillaire}} = h\sigma \times (P_{O_2,\text{ext}} - P_{O_2,1}) \times \pi a \ell$$

avec $P_{O_2,\text{ext}}$ la pression partielle en dioxygène dans une alvéole pulmonaire et $P_{O_2,1}$ la pression partielle en dioxygène à l'entrée d'un capillaire pulmonaire.

En prenant en compte qu'il y a N capillaires pulmonaires placés en parallèle qui permettent l'oxygénation du sang, la quantité de dioxygène transférée par unité de temps (en $\text{mol} \cdot \text{s}^{-1}$) vers tous les capillaires pulmonaires s'exprime par :

$$\Phi_{\text{lat},N \text{ capillaires}} = N \times \Phi_{\text{lat},1 \text{ capillaire}} = N \times h\sigma \times (P_{O_2,\text{ext}} - P_{O_2,1}) \times \pi a \ell$$

26. Déterminer le volume molaire V_m d'un gaz parfait à 25 °C sous pression atmosphérique $P_{\text{atm}} = 1,013 \text{ bar}$.
Donnée : Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

On souhaite estimer le volume de dioxygène transféré par minute des alvéoles-pulmonaires vers les capillaires sanguins en utilisant le modèle développé dans cette partie III.

Pour un individu adulte au repos, le nombre de capillaires pulmonaires fonctionnels est de $N \simeq 20 \times 10^9$ et les pressions partielles en dioxygène sont $P_{O_2,\text{ext}} = 100 \text{ mmHg}$ et $P_{O_2,1} = 40 \text{ mmHg}$.

27. Déterminer le volume de dioxygène transféré par minute des poumons vers les capillaires pulmonaires. On notera V_{O_2} cette quantité et on l'exprimera en $\text{L} \cdot \text{min}^{-1}$.

Données :

- ▷ Rayon typique d'un capillaire pulmonaire : $a = 4,0 \mu\text{m}$
- ▷ Perméabilité de la membrane alvéolo-capillaire : $h = 66 \times 10^{-6}$ unités SI
- ▷ Coefficient de Henry : $\sigma = 1,7 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{mmHg}^{-1}$

28. Comparer votre valeur de consommation d'oxygène à la valeur typiquement mesurée pour un individu adulte en bonne santé au repos : $V_{O_2} \simeq 0,2 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$.

FIN DU SUJET